

**מבחן ב' ניתוח אלגוריתמים"**  
**(מרצה : פרופ' אורי צוויק)**

משך המבחן : 3 שעות (לא תינתן הארכה נוספת).  
השימוש בכל חומר עזר **אסור**.

ענה/י על שלוש שאלות (**בלבד**) מתוך ארבע השאלות הבאות. משקל כל השאלות שווה.  
ציין/י בתחילת המחרת באופן ברור מי הן שלושת השאלות שבחרת.

### שאלה 1

יהא  $G=(V,E,w)$  גרף לא-מכוון וממושקל,  $|V|=n-1$  ו- $|E|=m$ . ניתן להניח שכל משקלי הקשתות ב- $G$  שונים זה מזה. תהא  $E'$  תת-קבוצה מקרית של קשתות בגודל  $r$ . (לכל תת-קבוצה בגודל  $r$  יש אותה הסתברות להבחר). יהא  $F$  יער פורש מינימלי של תת-הגרף  $G'=(V,E')$ . קבל/י חסם טוב ככל האפשר על תוחלת מספר הקשתות של  $G$  שהן  $F$ -קלות. הוכח/י את תשובתך.

### שאלה 2

יהא  $G=(V,E,w)$  גרף מכוון וממושקל, עם  $w:E \rightarrow (0,\infty)$ ,  $|V|=n-1$  ו- $|E|=m$ . בתחילה  $E=\emptyset$ . בכל שלב מוסיפים ל- $G$  קשת.

א. תארי אלגוריתם יעיל ככל האפשר שמעדכן את המרחקים בין כל זוגות הצמתים ב- $G$  לאחר הוספת קשת. הוכח/י את נכונות האלגוריתם ונתח/י את סיבוכיותו.

ב. הוכח/י חסם תחתון טוב ככל האפשר על הסיבוכיות של כל אלגוריתם שמעדכן את המרחקים בין כל זוגות הצמתים בגרף לאחר הוספת קשת.

### שאלה 3

יהא  $G=(V,E)$  גרף לא מכוון ממושקל,  $|V|=n-1$  ו- $|E|=m$ . תאר אלגוריתם הסתברותי שתוחלת זמן הריצה שלו היא פולינומיאלית למציאת 3-חתך בעל משקל מינימלי של  $G$ . על האלגוריתם להחזיר 3-חתך מינימלי בהסתברות של לפחות  $1/2$ . (3-חתך הוא חלוקה של צמתי  $G$  לשלוש קבוצות זרות  $A,B,C$  כך שסכום משקלי הקשתות שמחברות צמתים בקבוצות שונות של החלוקה.) הוכח/י את נכונות האלגוריתם ונתח/י את סיבוכיותו.

#### שאלה 4

יהא  $G=(V,E)$  גרף לא מכוון. תאר/י אלגוריתם יעיל ככל האפשר שמוצא עבור כל צומת  $v \in V$  שידוך בגודל מקסימלי שאינו כולל את  $v$ . (ניתן בשאלה זאת להסתמך על תוצאות שתוארו בכיתה. צריך לנסח במדויק את התוצאות שאליהן מסתמכים.)

**מהצחה !!!**