

מבחן ב"ניתוח אלגוריתמים"
(מרצה : פרופ' אורי צויק)

משך המבחן : 3 שעות (**לא תינתן הארכה נוספת**).
השימוש בכל חומר עזר **אסור**. מותר להסתמך על כל התוצאות שתוארו בכיתה, אלא אם כן התבקשתם במפורש להציג ולהוכיח תוצאות שהובאו בכיתה.
ענה/י על שלוש שאלות (**בלבד**) מתוך ארבע השאלות הבאות. משקל כל השאלות שווה.
ציין/י בתחילת המחברת באופן ברור מי הן שלושת השאלות שבחרת.

שאלה 1

יהא $G=(V,E,w)$ גרף מכוון וממושקל, $|V|=n-1$ ו- $|E|=m$. ניתן להניח ש- G קשיר חזק. תארי (בקווים כללים) אלגוריתם יעיל ככל האפשר שמוצא עבור כל צומת $r \in V$ עץ פורש מכוון בעל משקל מינימלי עם שורש r . מה סיבוכיות האלגוריתם שתארת?

שאלה 2

יהא $G=(V,E,w)$ גרף מכוון וממושקל, עם $w:E \rightarrow (0,\infty)$, $|V|=n-1$ ו- $|E|=m$. הנח/י שכל המסלולים הקצרים ביותר ב- G הם יחידים.

- א. הוכח/י חסם עליון טוב ככל האפשר על מספר המסלולים שהופכים להיות LSPs עקב הוספת קשת ל- G . תן/י דוגמא של גרף שבו החסם שנתת הוא הדוק (עד כדי קבוע כפלי).
- ב. הוכח/י חסם עליון טוב ככל האפשר על מספר המסלולים שמפסיקים להיות LSPs עקב הוספת קשת ל- G . תן/י דוגמא של גרף שבו החסם שנתת הוא הדוק (עד כדי קבוע כפלי).

שאלה 3

יהא $G=(V,E,w)$ גרף לא מכוון וממושקל, $|V|=n-1$ ו- $|E|=m$. תארי אלגוריתם יעיל ככל האפשר שמחזיר שני צמתים $a, b \in V$ וחתך בעל משקל מינימלי שמפריד בין a ל- b . מה סיבוכיות האלגוריתם שתארת?

שאלה 4

יהא $G=(V,E)$ גרף לא מכוון. יהא M שידוך ב- G שאינו שידוך מקסימום. יהא r צומת שאינו משודך ע"י M . הוכח/י או הפרד/י:

- א. אם M' הוא שידוך עבורו $|M'| \geq |M|$ אז קיימים לפחות $|M'| - |M|$ מסלולי שיפור זרים בצמתים ביחס ל- M .
- ב. אם קיים שידוך מקסימום M' שבו r משודך אז קיים מסלול הוספה ביחס ל- M שמתחיל ב- r .
- ג. אם אין מסלול הוספה ביחס ל- M שמתחיל ב- r , אז קיים שידוך מקסימום M' שבו r אינו משודך.

מהצחה !!!