

מבחן ב' ניתוח אלגוריתמים"
(מרצה : פרופ' אורי צוויק)

משך המבחן : 3 שעות (**לא תינתן הארכה נוספת**).
השימוש בכל חומר עזר **אסור**. מותר להסתמך על כל התוצאות שתוארו בכיתה, אלא אם כן התבקשתם במפורש להציג ולהוכיח תוצאות שהובאו בכיתה.
ענה/י על שלוש שאלות (**בלבד**) מתוך ארבע השאלות הבאות. משקל כל השאלות שווה.
ציין/י בתחילת המחברת באופן ברור מי הן שלושת השאלות שבחרת.

שאלה 1

יהא $G=(V,E)$ גרף לא מכוון, $|V|=n-1$ ו- $|E|=m$. יהא $0 < p < 1$ ויהא $G'=(V,E')$ תת-גרף מקרי שמתקבל מ- G ע"י בחירת כל קשת באופן בלתי תלוי בהסתברות p . הוכח/י חסם טוב ככל האפשר על תוחלת מספר קשתות G שמחברות רכיבי קשירות שונים של G' .

שאלה 2

יהא $G=(V,E,w)$ גרף מכוון עם פונקציית משקל $w:E \rightarrow (0,\infty)$ על קשתותיו, כאשר $|V|=n-1$ ו- $|E|=m$. הנח שכל המסלולים הקצרים ביותר ב- G הם יחידים.

- א. הוכח/י חסם טוב ככל האפשר על מספר ה- $\text{locally shortest paths (LSPs)}$ ב- G . האם החסם שנתת הדוק?
- ב. הוכח/י חסם טוב ככל האפשר על מספר ה- LSPs החדשים שנוצרים עקב עדכון מקטין. (כזכור, עדכון מקטין הוא עדכון שמקטין חלק ממשקלי הקשתות שנוגעות בצומת מסוים v בגרף, ו/או מוסיף קשתות חדשות שנוגעות בצומת זה.) האם החסם שנתת הדוק?
- ג. הוכח/י חסם טוב ככל האפשר על מספר ה- LSPs החדשים שנוצרים עקב עדכון מגדיל. (כזכור, עדכון מגדיל הוא עדכון שמגדיל חלק ממשקלי הקשתות שנוגעות בצומת מסוים v בגרף, ו/או משמיט קשתות שנוגעות בצומת זה.) האם החסם שנתת הדוק?

שאלה 3

יהא $G=(V,E,w)$ גרף לא מכוון עם פונקציית משקל $w:E \rightarrow \{1,2,\dots,n\}$ על קשתותיו, כאשר $|V|=n-1$ ו- $|E|=m$. תאר/י אלגוריתם יעיל ככל האפשר למציאת ה- k המינימאלי, אם קיים כזה, שעבורו קיים זיווג מושלם M כך שעבור כל $e \in M$ מתקיים $w(e) \leq k$. נתח/י את סיבוכיות האלגוריתם והוכח/י את נכונותו.

שאלה 4

יהא $G=(V,E)$ גרף לא מכוון, $|E|=m$ ו- $|V|=n$. הנח/י ש- $m \geq n^{3/2}$. תאר/י אלגוריתם יעיל ככל האפשר למציאת המרחקים בין כל זוגות הצמתים בגרף. נתח/י את סיבוכיות האלגוריתם והוכח/י את נכונותו.

בהצלחה !!!