

מבחן ב' אלגוריתמים בפעולה"
(מרצים : פרופ' חיים קפלן ופרופ' אורי צוויק)

משך המבחן : 3 שעות (לא תינתן הארכה נוספת).
השימוש בכל חומר עזר **אסור**.

ענה/י על **שלוש** שאלות (**בלבד**) מתוך ארבע השאלות הבאות. משקל כל השאלות שווה.
ענה/י על השאלות בצורה ברורה ומלאה ככל האפשר, במסגרת מגבלות המקום והזמן.
ציין/י בתחילת המחברת באופן ברור מי הן שלושת השאלות שבחרת.

שאלה 1

- א. נריץ את ה-SAT solver של DPLL המבצע רק decisions ו-unit propagation (ללא CDCL ו-nonchronological backtracking) על הנוסחה הבאה:

$$(\overline{x_1} \vee x_2) \wedge (\overline{x_3} \vee x_4) \wedge \dots \wedge (\overline{x_{2n-1}} \vee x_{2n}) \wedge (w \vee y) \wedge (y \vee \overline{w})$$

$$\wedge (z \vee \overline{y}) \wedge (\overline{y} \vee \overline{z})$$
 נניח שנבחר משתנים ל-decisions תמיד בסדר $x_1, x_2, \dots, x_{2n-1}, x_{2n}, w, y, z$ ולכל משתנה ננסה להציב קודם את הערך 1 ואחכ את הערך 0. תאר בקצרה את פעולת האלגוריתם. מהי זמו הריצה כפונקציה של n ?
- ב. נניח עתה כי מריצים את האלגוריתם עם CDCL ו-nonchronological backtracking על אותה נוסחה כאשר מבצעים החלטות באותו אופן. תאר את מהלך הריצה, ואת ה-conflict graph בכל שלב, מהי זמו הריצה כפונקציה של n ?
- ג. חסום את סיבוכיותו של אלגוריתם DPLL עם CDCL ו-nonchronological backtracking על נוסחאות 2SAT ? הוכח תשובתך
- ד. חסום את סיבוכיותו של אלגוריתם DPLL עם CDCL ו-nonchronological backtracking על נוסחאות 3SAT ? נמק תשובתך

שאלה 2

נזכר באלגוריתם ה-local search ל-clustering שלמדנו. נניח לשם פשטות כי מספר ה-clusters הוא $k=4$. האלגוריתם בכל שלב בודק האם הוא יכול לשפר את סכום המרחקים מן המרכזים על ידי החלפת מרכז באחת מ- $n-4$ הנקודות האחרות שאינן מרכז. הוא עוצר כאשר שיפור כזה אינו אפשרי. נסמן ב- $L = \{L_1, L_2, L_3, L_4\}$ את ארבעת המרכזים בסיום ריצת האלגוריתם, וב- $OPT = \{O_1, O_2, O_3, O_4\}$ את רביעית המרכזים שמביאה למינימום את סכום המרחקים.

- א. תן חסם (נאיבי) על זמן הריצה של האלגוריתם. נמק תשובתך
- ב. נניח כי מבין המרכזים ב- L L_1 הוא הקרוב ביותר ל- O_1 , L_2 הוא הקרוב ביותר ל- O_2 וכו'. הוכח כי סכום מרחקי הנקודות מ- L הוא לכל היותר פי 3 מסכום מרחקי הנקודות מ- OPT .

ג. נניח עתה כי L_1 הוא הקרוב ביותר גם ל- O_1 וגם ל- O_2 ו- L_2 הוא הקרוב ביותר גם ל- O_3 וגם ל- O_4 . כמו כן נניח שסכום המרחקים מ-OPT של הנקודות הקרובות ביותר ל- L_3 ו ל- L_4 הוא קטן מסכום המרחקים מ-OPT של הנקודות הקרובות ביותר ל- L_1 ו ל- L_2 . הוכח כי סכום מרחקי הנקודות מ-L הוא לכל היותר פי 3 מסכום מרחקי הנקודות מ-OPT.

שאלה 3

- א. הגדר/י את הערך v^* של משחק סכום אפס המוגדר ע"י מטריצה ממשית A בעלת n שורות ו- m עמודות, והסבר מהן **אסטרטגיות אופטימליות**, ו**אסטרטגיות ϵ -אופטימליות** עבור שחקני השורות והעמודות.
- ב. תאר/י אלגוריתם יעיל ככל האפשר למציאת אסטרטגיות ϵ -אופטימליות עבור שחקני השורות והעמודות במשחק סכום אפס המוגדר ע"י מטריצה ממשית A בעלת n שורות ו- m עמודות. הוכח/י את נכונות האלגוריתם ונתח/י את סיבוכיותו.

שאלה 4

תאר/י רשת לחישוב FFT של וקטור מרוכב בגודל n . הרשת צריכה להיות מורכבת משלושה סוגי שערים: (1) שער חיבור, שמקבל שתי כניסות ומחזיר את סכומן; (2) שער חיסור, שמקבל שתי כניסות ומחזיר את הפרשן; (3) שער כפל בסקלר, שמתקבל כניסה אחת ומכפיל אותה בסקלר מרוכב קבוע כלשהו α . הוכח/י את נכונות הרשת. מה מספר השערים ברשת שבנית?

בהצלחה !!!