

היום נראה ע"ה בעיה מצוי שניגן לפניה בעזרת גיפוס פרמטרי.

Distance Selection

יש n נק' במישור, אפרמטר $k, 1 \leq k \leq n$. נניח שכל הממוקם שונים ורובים אגם אג הממוקם ה- k הקטנו בין נק' הקבוצה P .

הבעיה היא איכשהו שימושי כי פתמים רבמ הערכים הקריטיים בעיה כאלהיא, הם כל הממוקם בין הנק' יעו רובים אג כל הממוקם לפורמל. נקרא לממוקם ה- k הקטנו k^* .

פונק' הכרעה: מן δ , האם $k^* \leq \delta$?
זה שקל למה צואר נמצאים בממוקם $\geq \delta$.

אם אם בקווק א נק' נמצוא בממוקם $\leq \delta$ אז עו בקווק כלמ $\leq \delta$ הוא הממוקם שרובים, הוא אכן הממוקם שרובים אם הוא ממוקם בין כל נק' הקבוצה.

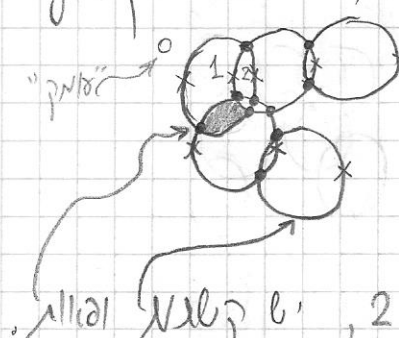
אם כן, נבנה סביב כל נק' p כמרכז, עיורו המיוס δ .



כימור: $d(p, q) \leq \delta \iff q \in D_\delta(p) \wedge p \in D_\delta(q)$

יש קלט מצבן שהעיון מכלי אה הנק' שמיצור אלו אז סיהם ההמל של נק' בעיור = פתמים מס' הולטר פורמ א.

מלב אה המפה המישורית שמישה ע"ו א המצעים, סומר אה המציק = Arrangement



היו וסוס קבר עאי מנו המצעים הולו לשהם שווי קניוס עומק ל ימק עם השנ, סיבאכ"ל המציק היא $(\frac{n}{2})$ ס.

יש עני כן קנקקים $(\frac{n}{2})$ כי מפעים כל מצמ $\delta-2$, יש קלט ובוול נגן אגם אה המציק ע"ו sweep כלמ $(\log^2 n)$ ס.

נכון טסה יתר מני זמן, וזמן שילובים להחנך n-sweep אהל נזרום
עם הענין עם ערה.

בעצם, צריך עשה עם נק' באיזו פאה היא נמצאת. עם פאה נמלט
או "העומק" שלה, ואז מיד נקצ' סגוק כמה מעמקים נמצאו נק' בפאה.

כמוך מה-sweep נמן עשה או אלו עומק. צריך גם הנחשו
של point location, כפי לאגר או הפואה שבה נק' נמצאת לתישוב
העומק וכן זה לשה לצדיק עשהו עליו המקבול.

כאובן שלי, עבור מ מעמקים ו-n נק', נמן עפגור בזמן $(m \log(m+n))$
שנה כולל $(m \log m)$ אפניג המערכ, ו- $(m \log m)$ לאגור ה הנק'.

במקום ענוג עם הנק' עם כל המעמקים יאה, נפצל או המעמקים
עקבצנו, ונצוי, עם הפעול בין כל הנק' עם כל המקבוצה של המעמקים.

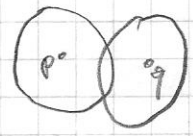
לכמה קבוצות נלקח? מהו מבקש \sqrt{n} קבוצות. כן, עם האם
עם קב' יהיה $(m \log m)$ ובסה"כ $(m \log^2 n)$. אמרה, יש סוג' הוויכוחה.
אם, האם ביוגר שילובים הוא $(m \log^2 n)$.

מקבול עבור מיוול פרמטר

יש 2 רכיבים: סניג המעיק ואגור הנק'.
נמנו מנניג המעיק. יש עלו מ מעמקים.

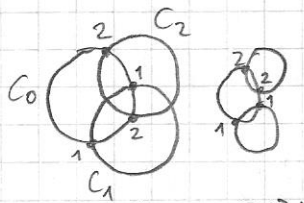
נוכל עשה את כל נק' המיוק בין המעמקים במקביל. אלו יהיו קוקי המעיק.
בעצם גופסים 2 נק' מה המעמקים שלהם, ושוואים האם הם נמגבים.

זה בקיך כמו עשאלו הוא המעיק בין קס קון n-עם
(ארכים קיימים יהיו כשרי זוג מעמקים ישקו).
מכנים אהפיקע עכדי של (m^2) ...



$|C_1 \cap C_2| \leq 2m$

לגי שפגוב או כל המעמקים (נני, אולא) ונפאו או כל הזוימ הממבים.



קבענו נק' מיוק רבא. נמין אמן עאוק של מעמק.
סגר המיוק יכול עשהמנו כעלה בודיוס המעמקים;
אם, הסגר ישגרה פאטר 3 מעמקים ממבים בנק', ושם יהיה היבור. פאנציוס ע- m^3 עמקים קיימים

אז נמ"ן אג נק' הימק אלוק כ ממשל, לכל ממשל בנסה, כולל הנק'
 הימ"ג ביוג והמשאליג ביוג, ונמ"ן אמן עס עפי קאול' א שלק.
 זה ימ"ן ענו אג כ הוינפולמזיה עבני"ג המצק! יוקעים בקיוק קאבניאל
 כצב המצק זראה, מספר עני"ר אק ממש בא ענו. אפילו שנימנו לא יוקעים
 אג *ע. עסן, נצטה אג זה ע"י (מ"ן) קשמש סימבולי וסס נבן מכוני
 point location סימבולי.

היום נמבאים ממש/ממש קמג? היום נמבאים מ"מ"ן או ממשל ענק?
 כ אלו שלמט שנון נוס עמנו עזיהם עלא יביעה משרג סע *ע.

כ הנק' אמוק בצמ יפיו גלוי"ה ב- *ע, סאור יפיו עק כקו *ע אס
 כאטר ב-point location נרזה ליגר מיקום של נק' ע"י איפוש בינארי
 עז עכ"ה ה- א של נק' הימ"ג, נמ"ן יהיה אבצן פולג.

אויגור נק' אבצן בקביל בעומק (מגלס), ובכל צעה, כ הו שוואג גלוי"ה
 ב- *ע אבגריה בקביל.

אז יש ענו עומק מקבילי (מגלס), עס $\frac{1}{2}n$ "מצבדים", סאור כל סע יש
 מגלס קייאוג לפוק' והכרעה שמבוצע ה $(\frac{1}{2}n)$ אסן, סה"כ: $(\frac{1}{2}n \log \frac{1}{2}n)$
 ע"י היפולי של Cole, אבטר עספר ע- $(\frac{1}{2}n \log \frac{1}{2}n)$ כי סאו כהר כתיים,
 כ מה שיש פה זה מיליון.

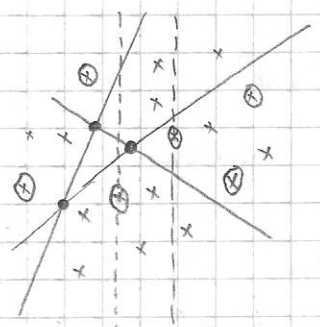
מספיק עמ עמה עס גיפוש פילמ"ה. הבה נקבר קצב עז אישור
 אטרינלי"ה, וניאה 3 כולו.

גישה הסגורית

העובים הקרי"ים של פוק' והכרעה, ה"כ יקעים (נשי כ המחקיס בין
 צמק נקומ), אה מספרס עקול מקו.

כגישה הוסגורית, נכיל עיכ"ס קוי"ים הוולן אקרוי.

היה כל ערך קרטי ממצב עניו או האינטרוס והתקלה עליו היא
לעם מצב מספיק בקו נלמד עמך שנתבאר עליו עם אינטרוס מספיק
מנצח, ובו אולי אפילו נחם מפורטת זה עם הערכים הקרטיים.



$x =$ נק' המוקד
 $s =$ אילו שבתנו סוקריו
 $|| =$ מה שנגר עמך האינטרוס
עם אילו שבתנו

קצומה: בע"מ (slope selection)

כפולה, n ישרים, $(\frac{n}{2}) < k < 1$ נק' גמוק למתן.
נקודת m נק' באלון אקרוי, כך שבס קצומה
ב"ר נבחר זאת ישרים אקרוי...

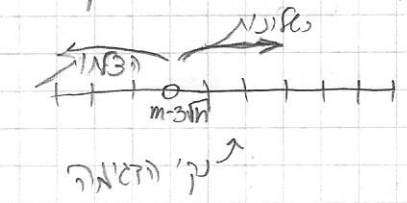
שהו פה נלמד כגמול אל"כ. האינטואיציה, הי"כ
2 נק' קצומה עוקבג יש $\sim \frac{(\frac{n}{2})}{m}$ קקקיים. ויסויסויסוי
אפשר להטיל שהסג' אכורה, ואי אינטרוס כזה לא
יכ"ס יוגר $n - \log \frac{(\frac{n}{2})}{m} < c$ נק'.

אם נבחר m עמך הסך n , נקודת בוסג' אכורה שבס אינטרוס לא יכ"ס
יוגר $n - \log(n)$ נק'.

כך, נלמד n נק', נעשה גיפס כנצאי עליהן: חגול קיימא לפונק' הוויכוח
ואמ"כ נ"שם יאג הבליה בגוק האינטרוס. סה"כ אלומים עקב (חגול n) s .
brute force

נראה ווריאציה עם גמול כמן יוצה (חגול n) s . ורובים עהתנע מומיפול
הפינאלי שמו"ל פאור \log .

נקודת n נק' גמוק באלון אקרוי $x_1 < \dots < x_n$. האינטואיציה עדיין אחרת שבתנו
 n נק', היינו מצבים שאין יוגר מדי נק' בין s 2 עוקבג, סומה בערך $\frac{(\frac{n}{2})}{n}$
שזה מה שקרה באקרה הכי טוב, שהנק' בקיוק אוצבג עגקיים שווים.
אז, x^* נמצא בקרוב בערך האינטרוס $m = \frac{k}{\frac{1}{2}} = \frac{2k}{n}$. היינו אלומים $s - x^*$ יהיה
ב- (x_{m-1}, x_{m+1}) .



היה נראה מה ההסג' $x^* < x_{m-1}$

מה היסודי שמת $n - \log m$ נק' קאלה $n - x^*$?
מכילים m נק', ומכילים ונצמה: קצומה נק' $x^* >$

$$p = \frac{k}{\binom{n}{2}} \sim \frac{2k}{n^2}$$

ש' n הזכרונות, p = סיכויי הצלחה להצליח. אז, כמות ההצלחות x:

$$\mu = E[X] = np = n \cdot \frac{2k}{n^2} = \frac{2k}{n} = m$$

עפי' ציטוטים:

$$\text{Prob}(x \leq \mu - 3\sigma) \sim e^{-\frac{9m^2}{2\mu}} < e^{-6}$$

כלומר אפשר "לשק" נכון ולקבל פה מאלו מזה ...

כלומר נסבול כמה נק' נמצאת בין שני הצדדים (כמה היבטים שפירוט צריך)

נצטרך שנתפס לבקור האוס אמת זה כק' עי' פונק' ההכרעה האוס או בקצולג האזכרון או פיה ענו מזה, ויש המון נק' באינצידנט, או ש-x' או באינצידנט אז לצדד מזה.

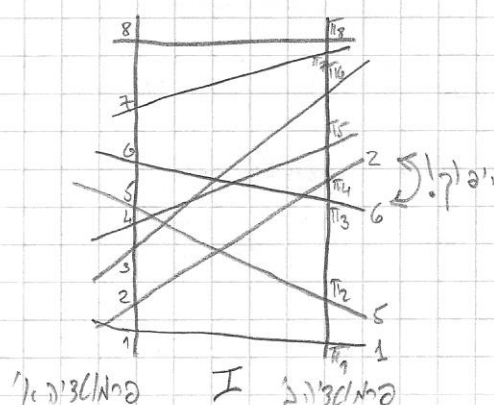
כלומר נופל לבקור שההצלחה טובה ה- (הצלחה), ונס' אסי' נק' המצויק באינצידנט יהיה $\geq \frac{\log n \cdot \log n}{\log n} \approx \log n$ כהוסברת אלוהי.

אם יוקעים אסי' הנק' באינצידנט הוא עינארי, אפשר לסיים עם איזה sweep או למה, אבל כן יש יגרי מחסרה עינארי של נק' מה עושים?

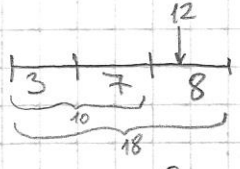
נמזרי עם הגהליק פסם נוסג בקוק האינצידנט שלנו I.

אבל איך קיאלים נק' בקוק האינצידנט? עינאוס אפירוק אס מאל' עינצידנט, הוסג' להצלחה מאלו קצוני, וזכ' צייק לעינאוס המון נק' וזה מאלו ע' יצו'.

איך כהל פוא עושים פוא? עושים פוא עם בסיס הפירוצדורה לעסיות היבטים.



היונו מנסים ישיים עפי' הסדרי הקב' אז פל ישר יוקע מי מהקצונים מנתן עפי' הסדרי הראשון הינס עפניו (מגרו). והרי יוקעים עם 2 הצדדונג כמה גמפים יש למשל, ונס' יוקעים כמה גמפים באינצידנט.



יחיד שצביר המיגופים עם הכנס הישרים היא
 אז מחילים מספרים בין 1 למח המיגופים (הקולצה)
 באינכיון, ואז עם מספר נקצ מיה הישר שמגק עם ישר לשה אחר
 צביר המיגוק שהיחילן (20 בצורה), והישר יקצ אוחו עם מוכב עם
 מ' הוא נחגק.

יאה יאה יאה, אכשר לעלמ בוג כמין עוצרימ'
 כליס עלו I, אז מחלים בצפס או המיגוק יה- $k-k$ כי י' k_1
 ומלמ ע-I.

מס' הנק' באינכיון הקין שמקבל יהיה (אם קלמיו חנק)
 $\log n \approx \log \frac{n \log n}{n}$ הגורם הקטנה הקשה

אחיה (כמל). יש (מחלום נק' באינכיון, ויש ליפה יאר מבי ממה שתרצה,
 כי רובים רק (מל), אז נגזיר עם ציה עם שליש ונקבל אינכיון
 עם פומ נק' מלמ עינאריל של נק'.
 פ שם ערה רק (מחלום) כבי עלמט אג הוחלמ, לבקק שהנמוט
 אב, ולספור היפופים, וזה מלמ, כי מבצעים רק 2-3 שלבים ולכן
 פ ההליך עוקר במולג (מחלום) (כי יש מצב שגיר פמליו ומל ומו
 קבל משה אוב, אפילו שהחמב' עסק קאה).

אחיה. עכשו עוק אכניקה, גם היא הסברולוג, אבל בקצ קצמ מור.
 אב, עקיון אכשר עייש או השטה עם על בעי' (distance selection) כה עוקר
 במקבול, אבל פוק' הוחמרה עקין יקה שס. נעלוב כיה.

היטה של Chan

יש עלו קלמ P של מ עמלים, ויש עי' אולמ'ציה עם P, שגילוח (אמט).
 נניח שהנלנו עכפס אג P עמיה גר קבוצה, עלו קוקו כרוק) P_1, P_2, \dots
 כק שמק"מל המבולג הבול: (נשיב שהמיה היא עי' מינוח)

$$w(P) = \min(w(P_1), w(P_2), \dots, w(P_r)) \quad (1)$$

$$\forall i : |P_i| \leq \alpha n \quad (\alpha < 1) \quad (2)$$

(3) יש לנו פונק' המעלה שבהתן זמן λ קלט $w(P) \leq \lambda$, וזמן הרצה גולס $O(n)$.

Closest Pair: המעלה שהפכנו בעם

P : n נק' במישור. מהו המרחק המינימלי בין כל נק'?

נחלק את P ל-3 קבוצות P_1, P_2, P_3 שלישות. כק S מרחק בין כל נק' וצוף סוגה המינימלי:

$$P = P_1 \cup P_2 \cup P_3$$

כל קבוצה מכילה $\frac{n}{3}$ נק'.

וקלטנו 3 בעיות: $P_1 \cup P_2, P_1 \cup P_3, P_2 \cup P_3$ (מרחק $\frac{2n}{3}$).

אם הקצאים המובנים בה, שבדיקת המינימום בין 3 המעלות. אלוילוי אבול ככל זוג, איך עושים זאת? שמים $\min = \infty$ וכל בעם מקינים בסולט'ים זיק יוגר קטן. סוגר שמים $\min = w(P_i)$ וטוב הוא $w(P_i) < w(P_j)$ וכל אבל כן עוקאים אג כל $w(P_i)$ בסדר אקראי !!

ובמילים של מיכה: נחיל פרוצדורה אקראית π של $(1, \dots, r)$ ומשב אג המינימום $w(P)$ ע"י מבר בסדר אקראי של $(1, \dots, r)$.

```

t ← ∞
for k = 1, ..., r do
  if w(Pπk) < t then
    t ← w(Pπk)
return t

```

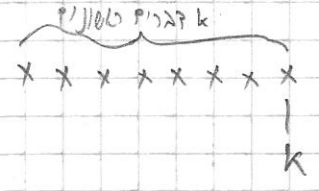
כחול: כחול הכחול
כחול: כחול הכחול

נשים לב: אג ה- i עושים r פעמים, אבל אג העסקן t הרבה פחות.

כמה פעמים יהיה $t \leftarrow w(P_k)$ מבצע?
כמות הסדרת המינימום בסדר אקראי אלוילוי:

ומבר עושה שבסולט'יה אקראית, (ה- prefix minima, כמה פעמים מקינים במישור שיקן מה אלוילוי $\log(r)$ = סולט'יה)

הוא כלשהו:



בסיס $\frac{1}{k}$, הקלן מבין k הזוגות ישיה ה-prefix minimum. בעזרת נוסח ההסתברות השלמה, יש לנו $\frac{1}{k}$ בהתאם k , וזה נכון לכל k ואם מקבלים שזה נכון לכל k או לפחות, כלומר הזוגות k השלמה הוא ה-prefix minima בהסתברות $\frac{1}{k}$. לפיכך, אנו יכולים לומר:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \approx \ln 2$$

לדוגמה $T(n) = \log n$ הזמן לגישה $w(p)$ עבור קב p באופן n אולי, סה"כ הזמן לגישה $w(p)$:
מספר גאומטרי... עם אפס

$$T(n) \leq rD(\alpha n) + \log r \cdot T(\alpha n)$$

נניח ש- $\frac{D(n)}{n^c}$ מונוטונית, אז, לפי הסימול $(c > 0)$, וזה נכון כמעט תמיד (אם $D(n)$ הוא בסדרון \log אז יש בעיות...).

כמו כן, נניח ש- $\log r \cdot \alpha^c < 1$.

אז: $T(n) \leq A D(n)$ כאשר A קבוע מסוים, גודל r, c, α . וזה נקבע! עמם האופטימיזציה בהם עדין כפי קבוע עמם פונק' הוויכוח, פה אולי. אי אפשר לקבוע עמם יוגי אוב.

נניח A פה באינדקס ציבוי. נציב את r החסר, ונראה שהיא נשארת.

$$rD(\alpha n) + \log r \cdot A D(\alpha n) \stackrel{?}{\leq} A D(n)$$

בסיס:

$$D(\alpha n) \leq \alpha^c D(n) \iff \frac{D(\alpha n)}{(\alpha n)^c} \leq \frac{D(n)}{n^c}$$

ההנחה שלנו אלא

$$D(n) [r \cdot \alpha^c + A(\log r) \alpha^c] \leq A D(n)$$

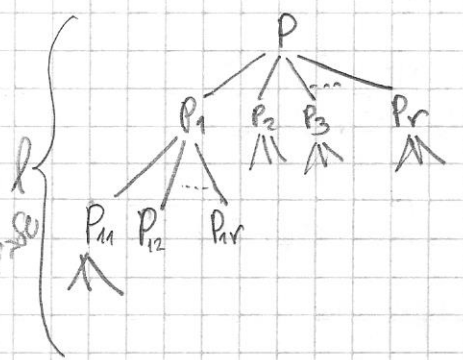
נציב!

ובני צדד היותה הנוסחה $\Delta > 1$

אז r צריכה להיות מספיק קטן שיקיים את האי שיוויון.

הבה נשתמש, שבעזרת טריק מסוים, היותה הנוסחה של $\log r \cdot \alpha^c$ אולי מק"מ!

למה אם היקדוסי ל שלבים, איך אז
בעצם לא מצאנו המינימום בסדר אקראי.



כולם במסך: יש לה מ' קבוצה, כ"א
באופן $\geq n^2$.

$$\Rightarrow \log r \cdot d^c < 1$$

$$\downarrow$$

$$\log r \cdot l \cdot d^c$$

ישאר טאפס עם ל מספיק גדול ובלתי אפשרי לבאר
ל כך שמצאנו 'גק'ים.

אז ה'יהיה. כל שבין עמט הוא עכבר או הבעיה.

קואמאל (לצורך של זה בגורם)

Closest Pair *

היונו כיצד מצפים למצוא בע"מ. ניגון עברנו במתן (מס)ס, (מס)ס: (מס)ס.
אם, יש מ'ק'ים אחרים שיכולים להביא אלנו אפילו עמט ע'נארי.

ray shooting *

מגנים מ' עצמים במישור (נניח קו'ים). רוצים ע'בוק מ'ק'ים עכ'י מבנה
מגנים שימחק באיחור של י' קו'ים, כמחר



מגנים נ' וכוון, ורוצים ע'מט מה היקל הראשון
להקין גבול.

פונק' הוכחה: אם נצא מהק' ונעק, האם נתקן ק'א לשהיה?

יש בה ע'נין, שכל ק'ן יש פונק' היכרה שלה. אבל נניח שיש לנו או
זה בקפסה שורה, פומר יש לנו מבנה נמנים שצורה של איחור: "האם
ק'א שאינה מתק אוק אינשהו ק'א ק'א"? (כאלו ממנו האיחור).

יש לנו כ'ן 2 פונק'ים: (מ)ס כ'ן ע'בוק מ'ק'ים
(מ)ס כ'ן שאינה

נניח ש- $\frac{Q(n)}{n^c}$ צולה לאינסוף. $0 < c$, $1 - \frac{P(n)}{n^{1+c}}$ כנ"ל (ט"א) אמת בין השווה

איך עושים תקנה עם קבוצת? ק"ס. בטוח שאין ק"ס-2 קב' אוקול $\frac{1}{2}$, עקב
לג'ק א"ו הק"ס הקרוב הוא אוקול והגושוביה גר'יה, הקבוצה אכן השני"ס.

$P = P_1 \cup P_2$, כן, P_1, P_2 כנ"ל. $P'(n) = O(P(n))$ כנ"ל $Q(n) = O(Q(n))$ *

• $Q'(n) = O(Q(n))$ *
• $ray shooting$ ע"י התחנה

ע"י התחנה

$P'(n) = O(P(n)) \Leftarrow P'(n) = 2P(\frac{n}{2}) + O(P(n))$ *

↑
segment
intersection

• $P_2 \cup P_1$ ע"י $seg. int.$ של התחנה