גיאומטריה חישובית - רעיונות לפתרון תרגיל בית מס' 3.  
שימו לב: הרעיונות המובאים כאן אינם פתרונות מלאים ואינם כוללים הוכחת נכונות, יש להתייחס אליהם כאל דרך/רעיון לפתרון בלבד. מצופה שתדעו להפוך רעיונות אלה לפתרונות פורמליים.

1. *בדומה לאלגוריתם שהוצג בכיתה, אך הפעם עלינו להתחשב בנקודות החיתוך. כעיבוד מוקדם נריץ sweep למציאת נקודות קריטיות. אלו הן נקודות הקצה של הקטעים ו- נקודות החיתוך, יש נקודות קריטיות. כמו כן נמיין את הנקודות הקריטיות לפי ציר ה- . עבור ה- נבנה persistent search tree כפי שראינו בכיתה (יש לפרט). (ניתן גם לבצע את שני השלבים - מציאת הנקודות הקריטיות ובניית העץ - באותו מעבר sweep.) הפעם גודל העץ הוא . ניתוח דומה למה שנעשה בכיתה (יש לפרט) יתן שסה"כ המקום הנדרש לתחזוקת עץ זה הוא . ולכן סה"כ מקום שנצטרך הוא .  
   זמן העיבוד המוקדם יעלה .  
    זמן שאילתא נובע מהחיפושים הבינאריים על המבנים - .*
2. *א. בהכנסת צלע נעבור על רשימת הקונפליקטים שלה משמאל לימין. אם הצלע מוכלת במלבן אחד בלבד אז היא מחלקת אותו ל- 4 מלבנים חדשים. אחרת אם יש יותר ממלבן אחד ברשימה, אז השמאלי ביותר מתחלק ל-3 מלבנים חדשים וכנ"ל הימני ביותר. שאר המלבנים שביניהם יתחלקו כל אחד לשני מלבנים. יש לפרט איך בונים את המלבנים ואת המצביעים. סה"כ עוברים על כל המלבנים ברשימת הקונפליקטים של , וכל מלבן ברשימה חופף עם לכל היותר 4 מלבנים חדשים, כלומר עדכון של מס' קבוע של מצביעים לכל מלבן ברשימה.  
   עדכון רשימת הקונפליקטים (בקצרה, יש לפרט יותר): לכל מלבן "ישן" נעבור על רשימת הקונפליקטים שלו, ולכל צלע ברשימה זו נבדוק מי מבין המלבנים החדשים שנוצרו מתנגש איתה. עבור אותה נמחק מרשימת הקונפליקטים שלה את המלבן הישן ונוסיף את המלבנים החדשים.*

*ב. דומה לניתוח של האלגוריתם הרנדומי לסגור הקמור. כל מלבן מוגדר ע"י 4 קטעים (לכל היותר). משקל של מלבן הוא גודל רשימת הקונפליקטים שלו. מלבן עם משקל יופיע במהלך הריצה אם 4 הקטעים שמגדירים אותו יוכנסו לפני הקטעים ברשימת הקונפליקטים שלו. מחשבים בדומה למה שראינו בכיתה את ההסתברות להופעת מלבן כנ"ל. אח"כ משתמשים בקלרקסון-שור ע"מ לחשב את תוחלת מס' המלבנים שהאלגוריתם מייצר, ובדומה את זמן הריצה.*

*ג. לא היו בעיות.*

*ד. נתחזק מבנה נתונים בצורת גרף מכוון כך שכל קודקוד מסמן מלבן. כל מלבן שנוצר באיזשהו שלב יחובר בקשתות עם לכל היותר 4 המלבנים שהתנגשו איתו כשהוא נהרס. כך שבהתחלה יש את המלבן האינסופי (אין אף קטע שהוכנס), הוא יהיה השורש, הקטע הבא שיוכנס יפצל אותו ל-4 מלבנים חדשים אליהם יהיה מחובר בקשתות וכך הלאה. למעשה יצרנו גרף מכוון ללא מעגלים (DAG)  
בהינתן נקודה נתחיל מהשורש (כל נקודה בהכרח נמצאת במלבן האינסופי) ונבדוק באילו מבין 4 המלבנים שהוא מחובר אליהם בקשת הנקודה נמצאת (יש רק אחד כזה) וככה נמשיך עד שנגיע לצומת ללא בנים, זהו המלבן בו היא נמצאת עכשיו. מסעיף ג. ראינו שתוחלת מס' המלבנים הנוצרים במהלך הריצה בהם נקודה מסוימת מוכלת הוא ולכן התהליך יעלה בתוחלת* .

*3) עבור זווית קבועה- לכל נקודת קצה נחשב את נקודת החיתוך עם ציר ה- x של הישר העובר בה בזווית . נמיין את קבוצת נקודות אלה על ציר ה – x ונריץ sweep לפיו (ה- x-str), כך שכל פעם שמגיעים לנקודה קריטית* בודקים מבין הקטעים הפעילים מי הנמוך ביותר (רשימת קטעים זו היא בעצם ה "y-str"). בעצם כל זוג נקודות עוקבות ב x-str יוצרות אינטרוול שעבורו אין שינוי ב y-str.

כעת נשאל מה קורה כאשר הזווית משתנה. נשים לב שסדר הנקודות על ציר ה- x לא משתנה עד שמגיעים לזווית שנוצרת בין 2 נקודות קצה של קטעים (או נקודות קצה של קטע בודד) ואז נקודות אלה מתחלפות בסדר, וייתכן שנוצר ביניהם "חלון". יש לנו זוויות קריטיות כאלו. נמיין אותן ונשמור גם לכל זווית מי הם הקטעים שיצרו אותה. נעבור על הזוויות לפי הסדר ונעדכן את השינויים ב x-str. מכיוון שבכל מעבר מזווית לזווית יש לנו רק שינוי קבוע (בין הקטעים שיצרו את הזווית), נוכל להשתמש עבור ה-x-str ב persistent search tree ע"מ לבצע כל עדכון ב amortized וסה"כ ) מקום.

עדכון ה- y-str: כאשר עוברים על הזוויות, בכל מעבר בין זוויות קריטיות יש אפשרות ששני הקטעים שיצרו את הזווית הזו עכשיו יתחלפו ביניהם ב y-str ויש אפשרות שייווצר חלון. במקרה של חלון, ישר השאילתה יכול להיתקע בקטע גבוה מהם שיש לחשבו. למזלנו, קטע זה נראה מנקודת הקצה המתאימה של אחד הקטעים (הרחוק יותר) שיצרו את הזווית, אם מסתכלים בכיוון של . לכן בשלב העיבוד המוקדם נחשב גם לכל נקודת קצה של כל קטע את מי היא "רואה" בכיוון , ונעדכן מידע זה בכל זווית קריטית. עדכון זה קל לביצוע בזמן קבוע בכל זוית קריטית (יש לפרט).

שאילתא מתבצעת ע"י חיפושים בינאריים של הזווית ברשימת הזוויות הקריטית, ואז של קואורדינטת x בגרסה המתאימה של ה- y-str, בזמן כולל . זמן העיבוד המוקדם הוא והמקום .