גיאומטריה חישובית - רעיונות לפתרון תרגיל בית מס' 2.
שימו לב: הרעיונות המובאים כאן אינם פתרונות מלאים ואינם כוללים הוכחת נכונות, יש להתייחס אליהם כאל דרך/רעיון לפתרון בלבד. מצופה שתדעו להפוך רעיונות אלה לפתרונות פורמליים.

1. התהליך דומה למה שהוצג בכיתה. השלבים העיקריים )וצריך להשלים את האלגברה) הינם:

סיבוכיות הקמור ב היא .
לפי משפט קלרקסון-שור:

נקודה היא אובייקט/עצם.

5 נקודות יוצרות פרפר (קונפיגורציה) מ- 2 טטראהדרים abcd ,abceהדבוקים זה לזה במשולש abc. הפרפר/קונפיגורציה בקונפליקט עם w עצמים, אלו הן הנקודות שרואות לפחות אחד מהטטראהדרים. נקודות אלה והנקודה החמישית של הקונפיגורציה נמצאות בצדדים שונים של העל מישור שמכיל את הטטראהדר.

לכן:

*ההסתברות שתיווצר קונפיגורציה במשקל היא*:
לכן תוחלת מס' הפרפרים הנוצרים:

1. א. ניתן לחשב את דיאגרמת הנורמלים N בזמן לינארי ע"י טיול על , למשל DFS (יש לפרט). סיבוכיות הקמור ב-3 מימדים היא , מנוסחת אוילר מתקיים כי יש לכל היותר צלעות ולכל היותר פאות, כאשר הוא מס' הקודקודים. לכל פאה של K מתאים קדקד של N (כיוון הנורמל החיצוני לפאה), לכל קשת של K מתאימה קשת מעגל גדול של N (כיווני הנורמלים של המישורים התומכים בצלע), ולכל קדקד של K מתאימה פאה של N.

ב. ניתן להראות שבמקרים שלא צוינו, ניתן לסובב את המישורים עד לקבלת אחד מהמקרים שצוינו. חשוב להראות שקיים כיוון בו סיבוב כזה רק מקטין את המרחק, ע"י שימוש במשפט פיתגורס.

ד. נבנה את דיאגרמת הנורמלים ואת הדיאגרמה ההפוכה . נשתמש ב sweep line על פני כדור היחידה ע"מ למצוא חיתוכים בין צלעות וצלעות . כל חיתוך כזה נותן שתי צלעות המועמדות למקרה (ii). עבור מציאת מועמדים למקרה (i) ניתן לעבד את Dלמבנה נתונים התומך ב point location, לעבור פאה פאה ולחפש במבנה הנתונים את הנורמל הנגדי. (למעשה אין צורך בעיבוד מוקדם, שכן כיווני הנורמלים של הפיאות ידועים מראש, ובמהלך ה sweep מאתרים כל אחד בדיאגרמה ההפוכה כשמגיעים אליו (כמו שראינו בכיתה).

3) א) בייצוג הדואלי יש לנו n עיגולים שווי רדיוס ואנו רוצים למצוא נקודה שנמצאת במספר מקסימלי של עיגולים אלה. נבצע sweep על המעגלים הדואליים (כשכל מעגל מפוצל לחלקו העליון והתחתון), ונחשב את נקודות החיתוך ביניהם, וכפועל יוצא מכך את הפיאות של המערך שהם יוצרים (מספיק לתחזק את הפיאות שישר ה sweep חותך). לכל פאה נחזיק מונה של כמה עיגולים מכילים אותה, וכל פעם שנתקלים בפאה חדשה (מימין לנקודת חיתוך או מימין לנקודה שמאלית ביותר של מעגל) קל לחשב את ערך המונה שלה באמצעות אלה של הפיאות הסמוכות (יש לפרט). נחזיר נקודה בפיאה עם ערך מונה מקסימלי.

ב) נשים לב שהרדיוסים הקריטיים בהם התשובה ל- א) משתנה הם רדיוסים בהם שלשה מעגלים נפגשים בנקודה אחת, או שני מעגלים משיקים זה לזה. נחשב את אוסף הרדיוסים האלה ואז נריץ חיפוש בינארי עליהם למצוא את הרדיוס המינימלי המבוקש. בכל צעד של החיפוש נפעיל את האלגוריתם ב- א); אם הוא מצא נקודה בלפחות k עיגולים נמשיך לרדיוסים קטנים יותר, ואם לא, לרדיוסים גדולים יותר. (האלגוריתמים המתקבלים בשאלה זו אינם יעילים במיוחד...)

4) נפריד לשני חישובים, אחד עבור הצלעות המאונכות של P ואחד לצלעות האופקיות. מכיוון שהמקרים סימטריים, מספיק להסביר למקרה שהצלעות אנכיות, נתייחס למקרה זה.
עבור ה y-str, נשתמש במבנה נתונים מסוג order statistic tree , אלו הם עצי חיפוש בינאריים התומכים גם בפעולת rank (כדאי להזכר ע"י קריאה).
נמיין את נקודות הקצה של ואת הנקודות של P. נבצע סריקה משמאל לימין, נעבור על כל הנקודות ב x-str:
- אם נתקלנו בנקודת קצה שמאלית של קטע מ Q נכניס אותו ל y-str.
- אם נתקלנו בנקודת קצה ימנית של קטע מ Q נוציא אותו מה y-str.
- אם נתקלנו בצלע מ P (נתייחס רק לאנכיות כאן) נחפש ב y-str באמצעות קואורדינטות ה y שלה את הקטע הראשון שנמצא מתחת לנקודת הקצה העליונה ואת הקטע הראשון שנמצא מעל נקודת הקצה התחתונה. נבדוק כמה קטעים נמצאים בינהם ע"י שאילתות rank. אלו הם הקטעים של Q הנחתכים עם הצלע של P. נעדכן את המונה.
יש נקודות ב x-str וב y-str. כל פעולת הכנסה/הוצאה וכן פעולת rank עולה *. סה"כ פעולות.*