מבחן בנושאים מתקדמים במבני נתונים ואלגוריתמים27/6/2014 **משך המבחן 3 שעות**

**עליך לענות על שלוש מתוך ארבע השאלות. אם הנך עונה על יותר אנא סמן בסוף את ה-3 שאותם נבדוק. לשאלות ינתן משקל שווה**

**הקפד על כתיבה קצרה ומדויקת בכתב יד ברור**

**אין שמוש בחומר עזר**

**בהצלחה!!**

**שאלה 1**

נזכר בהגדרה של סירקולציה ε אופטימאלית: f היא סירקולציה ε אופטימאלית אםם קיימת פונקציית פוטנציאל π עבורה cπ (u,v) = c(u,v) + π(v) - π(u) ≥ -ε לכל קשת רזידואלית (u,v).

1. הוכח כי f ε אופטימאלית אםם ממוצע ה-cost על כל מעגל הוא ≤ -ε.
2. נניח כי אנו מזרימים זרימה על המעגל הרזידואלי (ביחס ל-f) עם ממוצע cost מינימאלי (ניתן למצוא אותו ב-O(mn) זמן). הוכח כי אם f היא ε אופטימאלית אז גם הסירקולציה שמתקבלת היא ε אופטימאלית.

**שאלה 2**

מבנה הנתונים לתחזוקת רכיבי קשירות תוך הוצאה והכנסה של קשתות מתחזק רמה (level) לכל קשת ויער פורס מקסימלי ביחס ל-levels. יהי F𝓁 תת היער המכיל רק את הקשתות מרמה לפחות 𝓁. כאשר מסירים קשת (v,w) ביער מרמה 𝓁 מחפשים קשת חלופית ברמה 𝓁,𝓁-1,....,0 בסדר זה. כאשר מחפשים קשת חלופית מרמה j,0≤j≤𝓁 , מתבוננים בעץ Tj ב- Fjשמכיל את (v,w). בעקבות הסרת (v,w) Tj מתחלק לשני עצים: Tv שמכיל את v וTw שמכיל את w. נניח בה"כ כי |Tv|≤|Tw|. מעלים לרמה j+1 את כל הקשתות מרמה j ב-Tv. סורקים את הקשתות מרמה j החלות עם קודקודים ב-Tv . תהי (x,y) קשת כזו כאשר x שייך ל-Tv

1. הוכח כי y הוא או ב-Tv או ב-Tw.

אם y∈Tw מצאנו קשת חלופית ונכניסה ליער, אחרת נעלה את הרמה של (x,y) ל-j+1 ונעבור לקשת הבאה.

ב. הוכח כי כשאלגוריתם מסיים היער הוא עדיין יער פורש מקסימאלי.

ג. הוכח כי גודל עץ ב-F𝓁 הוא לכל היותר n/2𝓁.

ד. באיזה מבנה נתונים נשתמש כדי לממש את החיפוש המתואר ביעילות: כך שכל סריקה של קשת תיקח O(logn) amortized time ? כמה פעמים לכל היותר נסרקת כל קשת? נמק תשובותיך

בהצלחה!