סיבוכיות תקשורת ואינפורמציה

תרגיל בית 2: סיבוכיות תקשורת לא-דטרמיניסטית ואקראית

הגשה: בכתב או דפוס עד סוף השיעור ב- 30.4

1. הוכיחו ש- discrepancy bound אינו חלש מ- corruption bound, כלומר, אם הוכחנו חסם תחתון של $g(n)$ על סיבוכיות התקשורת של פונקציה f בשיטת discrepancy, אז ניתן להוכיח חסם תחתון של $\Omega\big(g(n)\big)$ בשיטת corruption. ניתן להניח שהסתברות השגיאה ϵ היא 1/3.

2. שאלה זו עוסקת בסיבוכיות תקשורת אקראית עם שגיאה 0 ואקראיות פרטית, R_0.
   א. הוכיחו בעזרת corruption bound ש- $R_0(\text{Equality}) = \Omega(n)$.
   ב. הוכיחו שלכל פונקציה f מתקיים $R_0(f) \geq N(f)$ (כאשר $N(f)$ הינה סיבוכיות התקשורת הלא-דטרמיניסטית של f).
   ג. תנו דוגמא לפונקציה f עבורה מתקיים $R_0(f) \ll D(f)$ (הוכיחו את תשובתכם).

3. תרגיל 3.32 מהספר, חלק ראשון: הוכיחו שלכל התפלגות μ מתקיים $Disc_\mu(\text{Disjointness}) \geq \frac{1}{2n+1}$ והסיקו ששיטת discrepancy אינה יכולה להוכיח חסם הדוק עבור Disjointness.

4. הוכיחו שלכל פונקציה $f\colon X \times Y \to \{0,1\}$ קיים פרוטוקול עם אקראיות פומבית המשתמש בשני ביטים של תקשורת בלבד, המחשב את f עם הסתברות שגיאה קטנה ממש מ- ½.

5. תזכורת: פונקציית Index היא הפונקציה $f_I\colon \{0,1\}^n \times \{1,\dots,n\} \to \{0,1\}$ המוגדרת ע"י $f_I(X,i) = X_i$.
   בתרגיל בית 1 הוכחתם שסיבוכיות התקשורת החד-צדדית הדטרמיניסטית של Index היא $\Omega(n)$. כעת הוכיחו שסיבוכיות התקשורת החד-צדדית האקראית, כאשר שני השחקנים חולקים אקראיות פומבית, גם היא $\Omega(n)$.
   (בפרוטוקול חד-צדדי עם אקראיות פומבית, אליס שולחת לבוב הודעה התלויה בקלט שלה ובאקראיות, ואז בוב מוציא פלט התלוי בקלט שלו, בהודעה של אליס ובאקראיות.)