

## מבחן ב' ניתוח אלגוריתמים' (מרצה : פרופ' אורי צוויק)

משך המבחן : 3 שעות (לא תינתן הארכה נוספת). השימוש בכל חומר עזר **אסור**. מותר להסתמך על כל התוצאות שתוארו בכיתה, אלא אם כן התבקשתם במפורש להציג ולהוכיח תוצאות שהובאו בכיתה.

ענה/י על שלוש שאלות (**בלבד**) מתוך ארבע השאלות הבאות. משקל כל השאלות שווה. ציין/י בתחילת המחברת באופן ברור מי הן שלושת השאלות שבחרת.

### שאלה 1

יהא  $G=(V,E,w)$  גרף לא מכוון ממושקל. תהא  $E'$  קבוצת  $|E|/2$  הקשתות בעלות המשקל הקטן ביותר ב- $G$ , ויהא  $G'=(V,E',w)$  תת-הגרף שנפרש ע"י  $E'$ . יהא  $F$  יער פורש מינימלי של  $G'$ . מצא/י חסם עליון טוב ככל האפשר על מספר קשתות  $G$  שהן  $F$ -קלות. האם יש גרפים שעבורם החסם שנתת הדוק?

### שאלה 2

היפרגרף 4-יוניפורמי  $H=(V,E)$  מורכב מקבוצת צמתים  $V$  ומקבוצת היפר-קשתות  $E$ , כאשר כל היפר-קשת  $e \in E$  היא קבוצה של ארבעה צמתים, כלומר  $e \subseteq V$  ו- $|e|=4$ . חתך  $(S,T)$  של  $H$  הוא חלוקה של  $V$  לשתי קבוצות זרות  $S$  ו- $T$ . נאמר שהיפר-קשת  $e$  נחתכת ע"י החתך  $(S,T)$  אם ורק אם  $|e \cap S| \neq 4$ . תאר/י אלגוריתם פולינומיאלי שבהינתן היפרגרף 4-יוניפורמי מוצא חתך שלו שחותך מספר מינימלי של היפר-קשתות. (האלגוריתם יכול להיות הסתברותי. אינך נדרש לתאר אלגוריתם יעיל ככל האפשר, אך עליך לציין את סיבוכיות האלגוריתם שתארת ואת סיכוי ההצלחה שלו במידה והוא הסתברותי.)

### שאלה 3

יהא  $G=(V,E)$  גרף מכוון ו- $\ell : E \rightarrow \{-1,0,1,\dots,N\}$  פונקציה אורך המוגדרת על קשתותיו. נתון שאין ב- $G$  מעגלים שליליים ושמספר הקשתות השליליות ב- $G$  הוא לכל היותר  $|V|^{1/2}$ . תאר/י אלגוריתם יעיל ככל האפשר למציאת מסלולים קצרים ביותר מצומת  $s$  של  $G$  אל כל שאר הצמתים של  $G$ . מה סיבוכיות האלגוריתם שתיארת?

### שאלה 4

יהא  $G=(V,E)$  גרף לא מכוון ויהא  $M$  שידוך ב- $G$ . תהא  $B$  תפרחת של פרח ביחס ל- $M$ . יהא  $G_B$  הגרף שמתקבל מכיווץ  $B$  ויהא  $M_B$  השידוך שמתאים ל- $M$  ב- $G_B$ . הראה שיש מסלול שיפור ביחס ל- $M$  ב- $G$  אם ורק אם יש מסלול שיפור ביחס ל- $M_B$  ב- $G_B$ .

**מהצחה !!!**