מבני נתונים

סמסטר א', תשע"א
תרגיל 6

פעולות Min, max, succ, pred

- מימוש פעולת מינימום: לך שמאלה עד שתתקע.
- מימוש פעולת מקסימום: לך ימינה עד שתתקע.
- מימוש פעולת עוקב: אם יש בן ימני, מצא מינימום בתת-עץ ימין. אחרת, טפס במעלה העץ, עד שתטפס בפעם הראשונה כבן שמאלי. ההורה הוא העוקב.
- מימוש פעולת קודם: אם יש בן שמאלי, מצא מקסימום בתת-עץ שמאל. אחרת, טפס במעלה העץ, עד שתטפס בפעם הראשונה כבן ימני. ההורה הוא הקודם.

שאלה 1 (סמסטר א', תשס"ז)

- ממשו פעולת Successor() על עץ חיפוש בינארי (מבלי לשנות את שאר מבנה הנתונים), כאשר הקלט לפעולה הוא מצביע לאיבר בעץ, והפלט הוא מצביע לאיבר העוקב.
- מה סיבוכיות הפעולה כפונקציה של n?
- מה סיבוכיות הפעולה בממוצע על כל הצמתים בעץ?

שאלה 1 – תשובה

If x.right $\neq$ NULL, then return Min(x.right)

while (x.parent $\neq$ NULL) AND (x = x.parent.right)

  x $\leftarrow$x.parent

return x.parent

- זמן הריצה לינארי בגובה העץ, ובמקרה הגרוע O(n).
- כדי לחשב את ממוצע זמן הריצה מכל הצמתים, נסכום את זמן הריצה מכל הצמתים ונחלק ב-n.
- אם נריץ את הפעולה על כל הצמתים לפי הסדר, נקבל למעשה סריקה של העץ ב-preorder, לכן זמן הריצה הכולל הוא O(n) וזמן הריצה הממוצע הוא O(1).

עצים אדומים שחורים

- עץ אדום שחור הוא עץ חיפוש בינארי, שלכל צומת יש צבע אדום או שחור.
- בעץ מתקיימים שני תנאים:

1. אין שני אדומים ברצף.
2. "העומק השחור" של כל העלים זהה.

- פעולות הכנסה ומחיקה מתבצעות כמו בעץ חיפוש בינארי רגיל, רק שיש עוד תיקונים לאחר מכן.

שאלה 2 (סמסטר ב', תשס"ו)

- נתון עץ חיפוש אדום-שחור, בכל צומת v נמצא שדה Size שמכיל את מס' הצמתים בתת-העץ ששורשו v (כולל v).
- מבצעים post-order על העץ, אבל במקום להדפיס את המפתחות, מדפיסים את השדות Size
- תזכורת:

```
post-order(t):
if t == null
        return

post-order(t.left)
post-order(t.right)
print(t)
```

שאלה 2 – המשך

- 1. האם המספר הראשון שיודפס הוא הקטן ביותר?
- 2. האם המספר האחרון שיודפס הוא הגדול ביותר?
- 3. האם המספרים יודפסו בסדר מונוטוני עולה?

שאלה 2 – המשך

- 1. כן – לצומת הראשון אין בן (כלומר הוא עלה), אחרת בנו היה נסרק לפניו.
- 2. כן – אבא נסרק אחרי בניו ולכן הצומת האחרון שנסרק חייב להיות "יתום", כלומר שורש העץ.
- 3. לא. דוגמא נגדית: עץ שלם בגובה 2.

שאלה 3 (סמסטר ב', תשס"ז)

- 1. קוטר עץ T הינו המסלול הארוך ביותר בין שני צמתים כלשהם.

  מהו החסם העליון (אסימפטוטית) על קוטר עץ אדום-שחור בעל n צמתים?

- 2. נתון צומת v בעץ אדום-שחור.

  P1 הוא אורך המסלול הקצר ביותר מ-v לעלה,
  P2 הוא אורך המסלול הארוך ביותר מ-v לעלה.

  מהו החסם התחתון על היחס בין P1 ל-P2 ?

שאלה 3 – המשך

- 1. O(log n) - העומק לוגריתמי ולכן בוודאי כל מסלול יהיה לוגריתמי
- 2. $0.5 => P1/P2$
  כי: אורך השחור של בשני המסלולים זהה
  אין שני אדומים רצופים
  עלה הוא שחור

ועוד סעיף אחד

- נתון עץ אדום שחור חוקי.
- לכל צומת n מוסיפים שדה size(n) הסופר את מספר הצמתים בתת העץ ששורשו בצומת .
- יהיו L,R בניו של השורש, ונתון שהם אינם nil. מהו תנו חסם הדוק ל- size(R) כפונקציה של size(L).

ועוד סעיף אחד – תשובה

- גובה השחור של L ו-R חייב להיות שווה בכל מסלול מעלה לשורש. לכן, העץ הקטן ביותר האפשרי לגובה שחור מסוים h יהיה עץ ללא צמתים אדומים, וגודלו יהיה 2^h.
- מצד שני, לכל צומת אדום יש אבא שחור. לכן העץ המקסימלי מתקבל על ידי שכבות צמתים אדומות ושחורות לסרוגין. גודלו יהיה לא יותר מ-2^{2h} (הראינו קודם)
- מכאן: $size(R) <= (size(L))^2$

שאלה 4 (סמסטר א', תשס"ה)

- שאלה:
- T הוא עץ AVL בעל n צמתים. מה גובהו של הצומת שמכיל את ערך המינימום בעץ?

- תשובה:
- למינימום אין בן שמאלי. לכן הוא יכול להיות:
  – עלה (גובה 0)
  – צומת עם בן ימני. לפי הגדרת AVL , הבן הימני חייב להיות עלה ולכן גובה הצומת