

מבני נתונים – תרגיל בית מס' 7

1. הוכיחו את התכונות הבאות של עצים בינומיים:
 - a. בעץ בינומי מדרגה k יש 2^k צמתים.
 - b. לעץ בינומי מדרגה k עומק k .
 - c. מספר הצמתים בעומק d בעץ בינומי מדרגה k הוא $\binom{k}{d}$ (מקדם בינומי, k מעל d).
2. להלן מימוש של פועלת delete בערימת פיבונאצ'י. הפעולה מקבלת כפרמטר מצביע לאיבר x ברשימה ומוחקת אותו מהערימה, תוך שמירה על תקינות הערימה. הערימה נשמרת בזיכרון כרשימה של שורשי עצים, ולכל צומת בעץ, הילדים שלו נשמרים כרשימה של צמתים. ראשית, נמחק את x מהעץ בו הוא נמצא. שנית, נשרשר את הילדים של x לרשימת השורשים של הערימה ונעדכן את המצביע להורה.
 - א. מה זמן הריצה במקרה הגרוע של המימוש החדש של delete()?
 - ב. מדוע בכל זאת לא נעדיף לממש את delete(), כפי שתיארנו כאן?
3. א. לערימת פיבונצ'י ריקה הוכנסו 2^k+1 איברים ע"י פעולות insert, כאשר k מספר שלם כלשהו, ולאחר מכן נזרק האיבר המינימאלי ע"י פעולת delete-min. מהו מבנה הערימה לאחר ביצוע פעולות אלה?
 - ב. הוכחי/או הפוך: דרגת כל צומת בערימת פיבונצ'י (שאינו שורש) קטנה או שווה מדרגתו של אביו. (תזכורת: דרגתו של צומת היא מספר הילדים שלו)
4. הציגו מימוש בעל סיבוכיות זמן ריצה אסימפטוטי (כפונקציה של גודל הערימה) טובה ככל שתוכלו עבור הפעולה split(r), שנגדיר על ערימה בינומית כלהלן:
 - הפעולה מתבצעת על ערימה בינומית בעלת n איברים.
 - הנתון הוא מספר שלם $1 \leq r \leq n - 1$.
 - התוצאה היא חלוקה של הערימה הנתונה לשתי ערימות בינומיות בגדלים r ו- $n-r$.
 - איברי הערימה המקורית מתחלקים שרירותית בין שתי הערימות החדשות.

הערות:

- יש לנמק את כל התשובות.
- מבני הנתונים ממומשים כפי שהוצג בכיתה. ניתן למצוא את המצגת באתר הקורס.