

תרגיל בית 10 במבני נתונים

על כל התשובות להיות מנומקות.

1. נתונות שתי משפחות של פונקציות $H = \{h_1, h_2, h_3\}$ ו- $G = \{g_1, g_2, g_3\}$ מ- $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ ל- $\{0, 1, 2\}$. (לדוגמא, $h_2(1) = 1$). האם H היא משפחה אוניברסאלית? האם G היא משפחה אוניברסאלית? הוכח/י את תשובתך.

	0	1	2	3	4
h_1	0	0	1	1	2
h_2	0	1	1	2	2
h_3	1	1	0	1	2

	0	1	2	3	4
g_1	0	1	0	2	2
g_2	2	0	1	0	1
g_3	1	0	0	2	1

2. טבלת ה-hash הבאה נבנתה בשיטת linear probing עם הפונקציה $h(x) = x \bmod 10$.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		22	33	43		16	66	98	

- א. מצא שני איברים a ו- b שהכנסתם לטבלה, עם אותה פונקציית hash, תגרום למספר גדול ככל האפשר של פניות (probes) לטבלה. תאר/י את תהליך הכנסת שני האיברים לטבלה ואת מצב הטבלה בסיום שתי ההכנסות.
- ב. נניח כי מבצעים חיפוש לאיבר אקראי a שאינו בטבלה כך ש $\text{Prob}[h(a)=i] = 1/10$ עבור $i=0, 1, \dots, 9$. מה תוחלת מספר הפניות (probes) לטבלה שתבוצענה לפי הטבלה בסעיף א' לפני ההכנסה של האיברים החדשים?

3. נוסף למבנה נתונים union-find פעולת $\text{rep}(x)$, שהופכת את x להיות האיבר המייצג של הקבוצה שלו. נניח שכמות הזיכרון הדרושה לייצג את האיברים במבנה היא גדולה, כך שאי אפשר פשוט להעתיק את התוכן של x למקום של האיבר בשורש העץ של הקבוצה, ואת התוכן של האיבר שבשורש למקום של x (כלומר רק להחליף ביניהם את המקום שמאחסן אותם בזיכרון). הציגו מימוש לפעולת $\text{rep}(x)$ (לא לשכוח לנתח את זמן הריצה של המימוש).

4. באיור מופיע עץ סייפות של מחרוזת שמחקו לו את כל התוויות. בהינתן שהאות הראשונה במחרוזת היא A , מהי המחרוזת?

