

תרגיל 3 - שאלה 1 סעיף ד'

שאלה: הוכח $A \rightarrow B, (A \rightarrow C) \rightarrow B \vdash_{HPC} B$
פתרון:

למה 1: $A \rightarrow B \vdash_{HPC} \neg B \rightarrow \neg A$ הוכח בתירגול

למה 2: $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash_{HPC} A \rightarrow C$ הוכח בתירגול

למה 3: $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B) \vdash_{HPC} \neg A$ - מיידי ממשפט הדדוקציה מתוך $A, \neg A \vdash_{HPC} B$
שהוכח בתירגול.

הוכחה:

1. $(A \rightarrow B)$ - הנחה
2. $(\neg B \rightarrow \neg A)$ - למה 1 מתוך 1
3. $(\neg A \rightarrow (A \rightarrow C))$ - למה 3
4. $(\neg B \rightarrow (A \rightarrow C))$ - למה 2 מתוך 3,2
5. $((A \rightarrow C) \rightarrow B)$ - הנחה
6. $(\neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow C))$ - למה 1 מתוך 5
7. $(\neg B \rightarrow (A \rightarrow C)) \rightarrow ((\neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow C)) \rightarrow \neg\neg B)$ (N1)
8. $((\neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow C)) \rightarrow \neg\neg B)$ MP 7,4
9. $\neg\neg B$ MP 8,6
10. $\neg\neg B \rightarrow B$ (N2)
11. B MP 10,9