לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 9

1. הוכח או הפרך: ψ ו-$Sk(\psi)$ שקולות לוגית.

2. (א) מצא צורה פרנקסית נורמאלית לפסוקים הבאים:

   i. $(\forall x(p(x) \to \exists y q(x,y)) \land \forall x(\neg p(x) \to \neg \exists y q(x,y)))$

   ii. $\forall x(\forall y \exists z p(x,y,z)) \to \forall x r(x)$

   iii. $\forall x \exists y \forall z((\forall x p(x) \to q(x, f(y), z)) \land \neg \forall z \exists x \neg r(g(x,z), z))$

   (ב) השתמש בסקולמיזציה על מנת למצוא פסוקים אוניברסליים שספיקים אמם הפסוקים שמצאת בסעיף קודם ספיקים.

3. הוכח בעזרת משפט הרברנד שנוסחא הבאה תקפה לוגית:

   $\exists x(p(x) \lor q(x)) \to \exists x p(x) \lor \exists x q(x)$

4. (א) הצרן את הטענות הבאות על ידי פסוקים בשפה מסדר ראשון שבסיגנטורה שלה יש סימן דו-מקומי יחיד:

   i. כל אדם מכבד מישהו

   ii. כל אדם מכבד את מי שמכבד אותו

   iii. אם מישהו מכבד אדם, הוא מכבד גם את כל מי שאותו אדם מכבד

   iv. כל אדם מכבד את עצמו

   (ב) האם הטענה האחרונה נובעת משלוש הראשונות? אם כן - תן הוכחה בעזרת משפט הרברנד. אם לא - הפרך על ידי דוגמא נגדית.

5. (שאלה ממבחן) הוכח או הפרך:
   קיים אלגוריתם לבדיקת תקפות של פסוק מהצורה $\forall x_1 ... \forall x_n \exists y_1 ... \exists y_n A$ כאשר A - נוסחה ללא כמתים וללא סימני פונקציה.

6. (שאלה ממבחן) הצרן את הטענות הבאות בשפה מסדר ראשון עם סיגנטורה מתאימה:

   (א) לכל קבוצה X קיימת קבוצה Y כך שעוצמת Y גדולה מעוצמת X.

   (ב) לכל X ו-Y, אם X מוכל ב-Y, אז עוצמת X אינה גדולה מעוצמת Y.

   (ג) כל הקבוצות מוכלות ב-V.

   (ד) V אינה קבוצה.

   הערה: השתמש בסימן פונקציה חד מקומי $|\ |$ עבור עוצמה ובקבוע V.

   כעת קבע האם טענה ד' נובעת לוגית מטענות א'-ג'. אם כן - הוכח בעזרת דדוקציה טבעית <u>או</u> בעזרת משפט הרברנד. אם לא - הפרך על ידי דוגמא נגדית.