

בוחן 2 בסבוכיות סמסטר א' 2002

נא למלא מס' מחברת ותעודת זהות עכשיו בכל עמוד.

בבוחן 7 שאלות.

הבוחן עם חומר סגור.

משך הבוחן 60 דקות.

יש לסמן תשובה אחת בלבד לכל שאלה, על עמוד זה.

שאלות פתוחות – 25 נק' כל אחת.

שאר השאלות – 12 נק' כל אחת.

הציון יהיה:  $\min\{100, \text{סכום הנק'}\}$

**בכל השאלות יש להניח ש-**

**$P \neq NP$**

**וגם**

**$NP \neq \text{Co-NP}$**

**בהצחה**

ה	X	ג	ב	א	.1
ה	ד	ג	X	א	.2
ה	ד	ג	ב	X	.3
ה	ד	ג	X	א	.4
ה	X	ג	ב	א	.5

1. פרופסור X רוצה להוכיח שבעית מקסימיזציה A קשה לקירוב עד כדי פקטור  $1/6$ . באיזו מהטענות הבאות עליו להשתמש:

- א.  $\text{Gap-A} - [\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$  היא NP-Hard
- ב.  $\text{Gap-A} - [\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$  היא NP-Hard
- ג.  $\text{Gap-A} - [\frac{1}{12}, \frac{1}{6}]$  היא NP-Hard
- ד.  $\text{Gap-A} - [\frac{1}{14}, \frac{1}{2}]$  היא NP-Hard
- ה. אף אחד מהנ"ל

2. נוסחה תיקרא Exactly-2-CNF אם היא נוסחת CNF שבה כל הסגר מכיל בדיוק 2 ליטרלים, של משתנים שונים. לכל נוסחת Exactly-2-CNF קיימת הצבה שמספקת לפחות:

- א.  $\frac{1}{2}$  מההסגרים אבל לא בהכרח יותר
- ב.  $\frac{3}{4}$  מההסגרים אבל לא בהכרח יותר
- ג. כל ההסגרים
- ד. אף אחד מהנ"ל

3. עבור איזה ערכים של  $B, A$  ייתכן שהבעיה  $\text{Gap-VC-[A,B]}$  היא NP-Hard?

- א.  $B = \frac{3}{4}, A = \frac{1}{2}$
- ב.  $B = \frac{3}{4}, A = \frac{1}{4}$
- ג. אף אחד מהנ"ל לא ייתכן

4. נגדיר בעית 2-Set-Cover : כמו בעית Set-Cover אלא שכל איבר מופיע בדיוק בשתי קבוצות.  
מה מהבאים נכון ?

- א.  $2\text{-Set-Cover} \in P$
- ב.  $2\text{-Set-Cover} \in NPC$  ואלגוריתם קרוב פולינומיאלי הטוב ביותר הידוע נותן יחס קרוב 2.
- ג.  $2\text{-Set-Cover} \in NPC$  ואלגוריתם קרוב פולינומיאלי הטוב ביותר הידוע נותן יחס קרוב  $\theta(\log(n))$
- ד. אף אחד מהנ"ל

5. לאיזו מחלקה שייכת הבעיה הבאה :  
קלט : זוג מספרים טבעיים  $N$  ו- $i$ .  
שאלה : האם הביט ה- $i$  בהצגה הקנונית, בבסיס בינארי, של הפרוק של  $N$  לגורמים ראשוניים הוא 1 ?  
(ההצגה הקנונית של מספר היא רשימת הגורמים הראשוניים שלו, ואחריה רשימת החזקות המתאימות).

- א. NP
- ב. Co-NP
- ג. NPC
- ד. א-ו ב
- ה. א-ו ג

6. הציעו אלגוריתם קרוב פולינומיאלי ל-MAX-NAE-3-SAT למציאת הצבה, שנותן יחס קרוב 2.

האלגוריתם:

**אלגוריתם חמדן: נקבע את ההצבה משתנה אחרי משתנה; לכל משתנה נספור את מספר ההסטריות שנקבעים להיות NAE בהצבת T ובהצבת F. נחליט על ההצבה לפי הרוב.**

הוכחת יחס הקרוב:

**ככל שלב האלגוריתם, לפחות חצי מההסטריות שצרכם נקבע סופית באותו שלב, הם NAE, לכן לפחות חצי מכל ההסטריות הם NAE. כיוון שבאופטימום לכל היותר כף ההסטריות הם NAE (ואולי פחות) זה בהכרח קרוב 2.**

7. הראו ש-NP-קשה לקרב את הבעיה MAX-2-SAT עד כדי קבוע  $c$  כלשהו.

$$\text{רמז: } c = 1 - \frac{1}{56}$$

הוכחה: נפציף את הרדוקציה שראינו מ-3-SAT ל-Max-2-SAT על הביציה

$\text{Gap-Max-3-SAT}[1, \frac{7}{8} + \varepsilon]$ . מכל הסטר מתקבלים 10 הסטריות. הצבה שמספקת את

ההסטר המקורי  $\square$  מספקת 7 מההסטריות שנובעים ממנו. הצבה שלא מספקת את ההסטר המקורי מספקת לכל היותר 6 מההסטריות שנובעים ממנו. לכן במקרה שהנוסחה (צט"ח) (הסטריות) ספיקה, ח7 מההסטריות בנוסחה החדשה מסתפקים. במקרה שכל הצבה מספקת

לכל היותר  $\frac{7}{8} + \varepsilon$  מההסטריות המקוריות, יסתפקו החדשה לכל היותר

$$\left(\frac{55}{8} + \varepsilon\right)n = \left(\frac{7}{8} + \varepsilon\right) \cdot 7n + \left(\frac{1}{8} - \varepsilon\right) \cdot 6n = \left(\frac{55}{8} + \varepsilon\right)n$$

$$\frac{\left(\frac{55}{8} + \varepsilon\right)n}{7n} = \frac{55}{56} + \varepsilon', \text{ כלאומר קשה לקרוב עד כדי } \varepsilon'$$