

מבני נתונים – תרגיל מס. 7

הערה: על כל התשובות להיות מנומקות.

1. נריץ Quicksort על מערך המכיל n איברים זהים.
 - א. כמה השוואות יתבצעו בגרסה הדטרמיניסטית של Quicksort שנלמדה בכיתה (ה-pivot הוא תמיד האיבר הראשון)?
 - ב. מהי תוחלת מספר השוואות שיתבצעו בגרסה הרנדומית של Quicksort שנלמדה בכיתה?
 - ג. כתבו גרסה של Quicksort שתבצע מספר לינארי של השוואות במקרה הנדון, ולכל קלט אחר מספר ההשוואות לא יהיה גדול מזה שנלמד בכיתה.מספר ההשוואות בשאלה זאת הוא מספר מדויק, לא חסם אסימפטוטי. בהשוואה בודדת אנחנו יכולים לקבוע עבור שני ערכים (משתנים, קלט, קבועים, וכדומה) x, y איזה מבין השלושה מתקיים $x > y, x = y, y < x$.
2. הראו שלא קיים במודל ההשוואות מימוש של ערמה שבה כל הפעולות שלמדנו על ערמה מתבצעות בזמן $O(1)$ amortized.
3. במלון של הילברט יש מספר אינסופי של חדרים, שממוספרים מ-1 ומעלה. אנחנו יודעים שהמלון מאחסן את אורחיו בחדרים 1 עד k , ואילו שאר החדרים (מ- $k+1$ והלאה) ריקים. הדרך היחידה שלנו לבדוק האם חדר ריק או מאוכלס היא להיכנס לחדר (הדלתות במלון לא נעולות אף פעם). הציגו אלגוריתם למציאת k בכמה שפחות כניסות לחדרים (אסימפטוטית). הוכיחו שזה מספר הכניסות המינימלי האפשרי, עד כדי קבוע (שאינו תלוי ב- k).
4. נרחיב את מודל ההשוואות בעזרת הוספת פעולה אטומית חדשה, בשם sort6 , שממיינת מערך בגודל 6 בפעולה בודדת (בזמן קבוע). הראו שהחסם התחתון $\Omega(n \log n)$ למיון מערך בגודל n עדיין תקף במודל החדש.