

מבני נתונים – תרגיל מס. 7

הערות:

- על כל התשובות להיות מנומקות.
- אלגוריתם אופטימלי = אלגוריתם שזמן הריצה האסימפטוטי שלו במקרה הגרוע שווה לחסם התחתון האסימפטוטי של הבעיה. כדי להוכיח שאלגוריתם הוא אופטימלי, עליכם למצוא חסם עליון לזמן הריצה שלו ולהראות חסם תחתון זהה לבעיה.

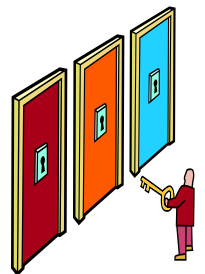
1. יש לי אוסף מרשים של n חלזונות. כל החלזונות בגדלים שונים, כך שאני יכול להביט בשני חלזונות ולקבוע מי מהם גדול יותר. נגדיר התבוננות כזאת בשני חלזונות כ"פעולה". לצערי, אין לי סרגל כך שאני לא יכול למדוד את הגודל של החלזונות ישירות.
- א. סידרתי את החלזונות בשורה מהגדול לקטן. מה החסם התחתון האסימפטוטי על מספר הפעולות הדרוש לסידור השורה?
 - ב. חתחתול, החתול הרשע שלי, לקח את אחד החלזונות ממקומו בשורה המסודרת, והחליף אותו עם חלזון אחר. הציגו אלגוריתם אופטימלי (במספר הפעולות) למיין החלזונות מחדש.
 - ג. הפעם, חתחתול לקח $n/2$ חלזונות מהשורה המסודרת, וערבב את הסדר ביניהם. הציגו אלגוריתם אופטימלי (במספר הפעולות) למיין החלזונות מחדש כעת.



2. נפעיל Quicksort על המערך הבא (המערך נתון משמאל לימין):
23, 48, 25, 10, 64, 46, 26, 47, 29, 59, 19, 15, 24, 27, 62
כתבו את סדר האיברים בכל אחד מהשלבים שיבצע המיין. הניח שה-pivot הוא תמיד האיבר החציוני של קטע המערך הנוכחי. (שימו לב: חציוני ואמצעי הם לא בהכרח אותו דבר)

3. במהלך הרצה של הגרסה האקראית של Quicksort:
- א. לכמה מספרים אקראיים נזדקק לכל היותר?
 - ב. לכמה מספרים אקראיים נזדקק לכל הפחות?
- יש לבטא את התשובה בעזרת חסם אסימפטוטי.

4. במלון של הילברט יש מספר אינסופי של חדרים, שממוספרים מ-1 ומעלה. אנחנו יודעים שהמלון מאחסן את אורחיו בחדרים 1 עד k , ואילו שאר החדרים (מ- $k+1$ והלאה) ריקים. הדרך היחידה שלנו לבדוק האם חדר ריק או מאוכלס היא להיכנס לחדר (הדלתות במלון לא נעולות אף פעם). הציגו אלגוריתם למציאת k בכמה שפחות כניסות לחדרים (אסימפטוטית). הוכיחו שזה מספר הכניסות המינימלי האפשרי, עד כדי קבוע (שאינו תלוי ב- k).



5. נרחיב את מודל השוואות בעזרת הוספת פעולה אטומית חדשה, בשם `sort5`, שממיינת מערך בגודל 5 בפעולה בודדת. הראו שהחסם התחתון $\Omega(n \log n)$ למיין מערך בגודל n עדיין תקף במודל החדש.