

מושגים בשפות תכנות

תרגיל 1

להגשה עד 12/04/2018

הגשה בקבוצות של 2-3. הנחיות הגשה יפורסמו באתר הקורס.

שאלה 1

נגדיר את הקבוצה R ע"י ההגדרה האינדוקטיבית הבאה:

a-axiom -----

$$a \in R$$

$$a \in R$$

a-b-rule -----

$$b \in R$$

$$c \in R$$

c-d-rule -----

$$d \in R$$

הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות. השתמשו בטיעונים פורמליים שמתבססים אך ורק על ההגדרה האינדוקטיבית והוכחה באינדוקציה כפי שלמדנו בקורס.

א. $b \in R$

ב. $d \in R$

שאלה 2

נגדיר ע"י הגדרה אינדוקטיבית משותפת את קבוצת הזוגיים EVEN וקבוצת האי-זוגיים ODD:

zero-axiom -----

$$0 \in \text{EVEN}$$

$$x \in \text{EVEN}$$

succ-even -----

$$s(x) \in \text{ODD}$$

$$x \in \text{ODD}$$

succ-odd -----

$$s(x) \in \text{EVEN}$$

הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות. השתמשו בטיעונים פורמליים שמתבססים אך ורק על ההגדרה האינדוקטיבית והוכחה באינדוקציה כפי שלמדנו בקורס.

א. $s(s(s(0))) \in \text{ODD}$

ב. $s(s(s(0))) \in \text{EVEN}$

שאלה 3

נרצה להגדיר את קבוצת הביטויים הבוליאניים. הביטויים הבוליאניים האטומיים הם $true$ ו $false$, וניתן ליצור ביטויים מורכבים יותר ע"י שימוש באופרטורים הבינאריים \wedge (אופרטור "וגם"), \vee (אופרטור "או"), האופרטור האונארי \neg (אופרטור שלילה), ושימוש בסוגריים.

א. כתבו דקדוק חסר הקשר בעל non-terminal אחד B , שיגדיר את הקבוצה הנ"ל.
ב. כתבו הגדרה של הקבוצה B ע"י הגדרה אינדוקטיבית בעזרת כללי היסק.
ג. הגדירו בהגדרה אינדוקטיבית את יחס האבלואציה (חישוב) val של ביטויים בוליאניים. כל ביטוי בוליאני מתחשב לאחד מערכי האמת הסמנטיים tt (מייצג אמת) ו ff (מייצג שקר). לדוגמה, נצפה שלפי ההגדרה יתקיים:
 $val((true \wedge false) \vee (\neg false) , tt)$

ד. הוכיחו שיחס האבלואציה שהגדרתם בסעיף ג' הוא דטרמיניסטי.
ה. הוכיחו שיחס האבלואציה שהגדרתם בסעיף ג' הוא טוטאלי, כלומר שלכל ביטוי $b \in B$ מתקיים
 $val(b, tt)$

או שמתקיים

$$val(b, ff)$$

שאלה 4

א. נתון הדקדוק חסר ההקשר:

$$E ::= \varepsilon \mid id \mid (E)$$

הוכיחו שבכל ביטוי בשפה של E , מספר הסוגריים הימניים שווה למספר הסוגריים השמאליים.

ב. נתון הדקדוק חסר ההקשר:

$$E ::= \varepsilon \mid id \mid (R \mid L)$$

$$R ::=) \mid E$$

$$L ::= (\mid E$$

הוכיחו שבכל ביטוי בשפה של E , מספר הסוגריים הימניים שווה למספר הסוגריים השמאליים.

ג. הוכיחו שהדקדוק מסעיף א' שקול לדקדוק מסעיף ב', כלומר שבשני הדקדוקים נגזרת אותה שפה ל E . רמז: הוכיחו הכלה בשני הכיוונים, ונסחו בזהירות את טענת האינדוקציה בכיוון הקשה.

שאלה 5

להלן דקדוק חסר הקשר לחלק משפת JSON (JavaScript Object Notation):

```
obj ::= { } | { members }
members ::= keyvalue | members , members
keyvalue ::= string : value
value ::= string | int | obj
```

האם המילים הבאות נמצאות בשפה של הדקדוק הנ"ל? אם כן, הראו עץ גזירה שמוכיח זאת, אם לא, הוכיחו שאין עץ גזירה כזה:

- A. {"course": "concepts in PL", "ex": 1, "grade": 100}
- B. {"course": "concepts in PL", "ex": 1, "grade": {100}}

הערה: הניחו שמחרוזות בטוקן string, ומספרים שלמים בטוקן int.

שאלה 6

הראו שהדקדוק משאלה 5 הוא רב משמעי ע"י מציאת שני עצי גזירה שונים לאותה מילה.

שאלה 7 (בנוס)

לכל שפה רגולרית קיים דקדוק חסר הקשר. הוכיחו באינדוקציה מבנית על ביטויים רגולריים.

בהצלחה!