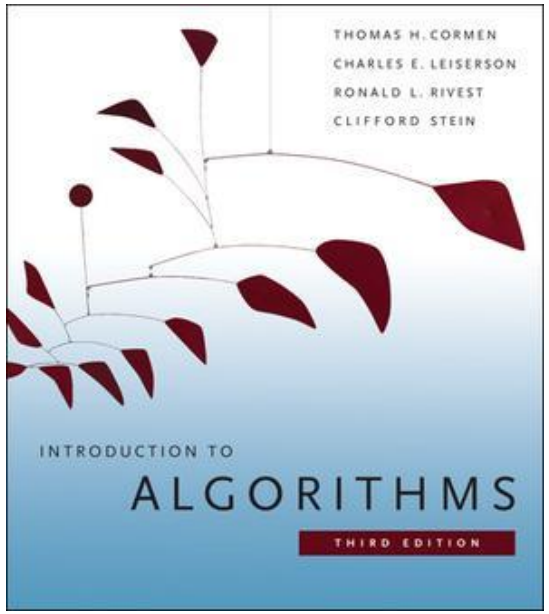
Algorithms, TAU

- http://tau-algorithms.wikidot.com/
- Uri Zwick, Haim Kaplan, Tal, Jad
- https://en.wikipedia.org/wiki/Introduction_to_Algorithms

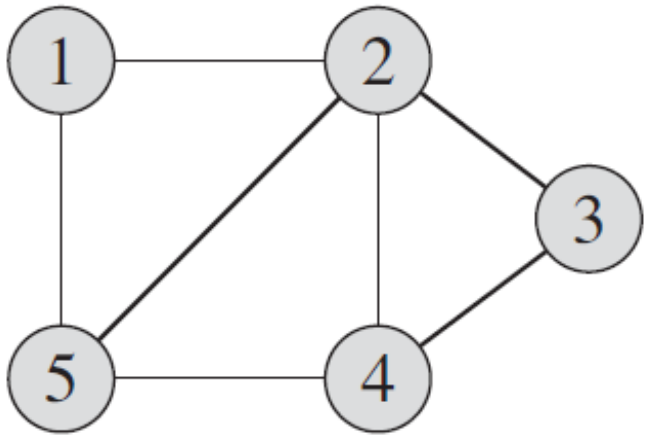


Topics

- Basic graphs algorithms
  - Graphs search/traversal
  - Minimum spanning trees
  - Shortest path algorithms
- Dynamic programming
- Linear programming
- Back to graphs: Flows, matchings

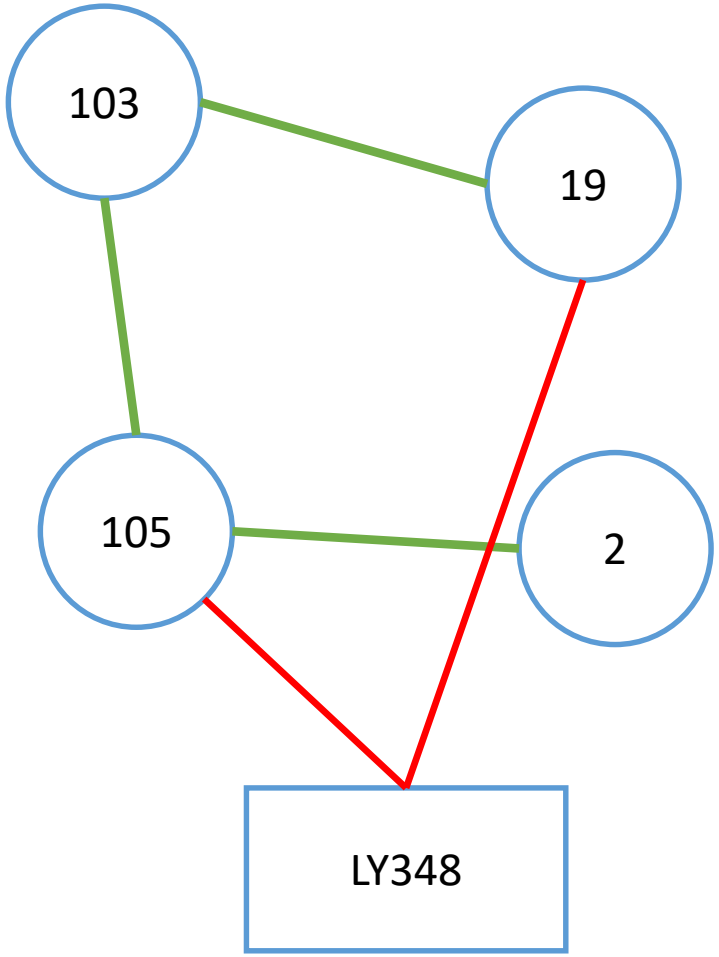
Graphs

- Recall: A graph G is a pair (V, E)
- $V = \{1,2,3,4,5\}$ and $E = \{(1,2), (1,5), (2,5), (2,4), (4,5), (2,3), (3,4)\}$
- Can be directed/undirected, weighted



Graphs/applications

- We can think of almost any dataset as graph/s:
  - Facebook
  - Road maps
  - Emails



חולה מספר 103

החולה, בשנות ה-30 לחייו מתל אביב, נסע לחופשת סקי מאורגנת באוסטריה בחברת סקי דיל בין 27 בפברואר ל-5 במרץ. נכנס לבידוד מתאריך חזרתו ארצה ומאז לא היו לו מגעים נוספים.

הלוך:
27.2 מספר טיסה LY347 מתל אביב לציריך שעת המראה 07:30

טיסה חזור:
5.3 מספר טיסה LY348 מציריך לתל אביב שעת המראה 12:40

חולה מספר 104

החולה בן 17 ממרכז הארץ. בן של חולה מאומת. נמצא בבידוד מ-27.2. כל מי שהיה איתו בקשר עודכן פרטנית.

חולה מספר 105

החולה ממחוז חיפה, בן 35, נסע לרומניה וחזר ואחר כך נסע למלטה. מצב בריאותו טוב. הודעה נמסרה למגעים האישיים.

הטיסה לרומניה:
* טיסת הלוך מתל אביב ליאשי ברומניה ב-28 בפברואר שעת המראה 06:05 ושעת נחיתה 08:55. מספר טיסה W6-3690 של "וויז אייר".
* טיסת חזור מיאשי לתל אביב בתאריך 2.3. שעת המראה 06:05 ושעת נחיתה 08:55. מספר טיסה W6-3689 של "וויז אייר".

* 2.3: נסע ברכבת מנתב"ג בשעה 09:34 עד קרית מוצקין בשעה 11:20. במהלך נסיעתו של

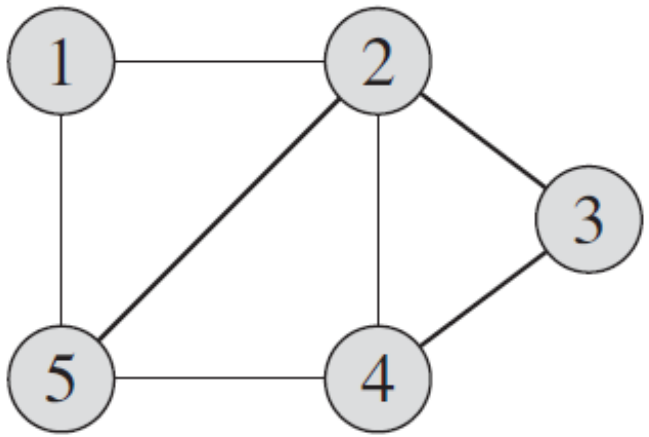
Put an edge (x,y) between patient x and patient y if x and y were in contact

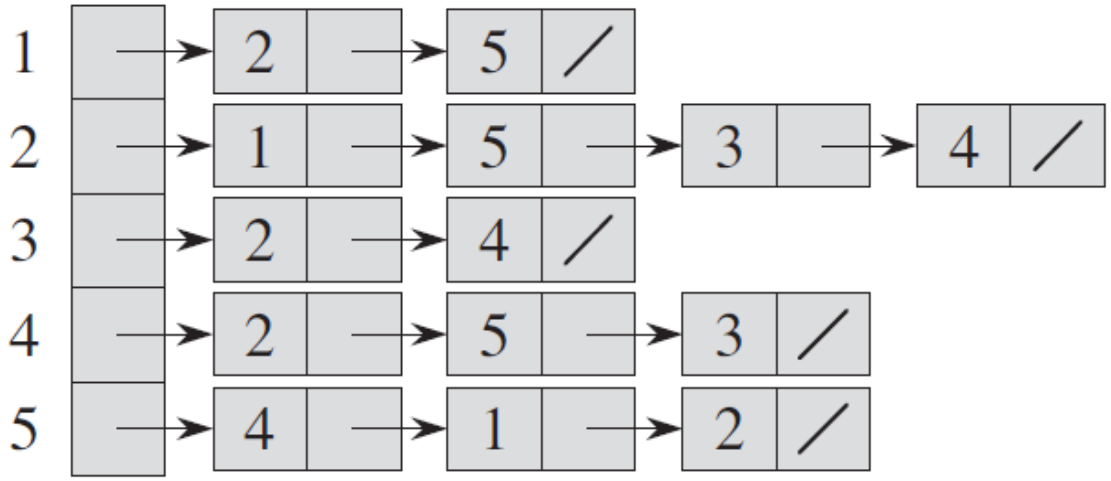
Put an edge between a patient x and a place z if x was in z

Representations of graphs (1)

- **Adjacency lists:**

For every v, $G.Adj[v]$ is the list of the vertices u such that $(v, u) \in E$

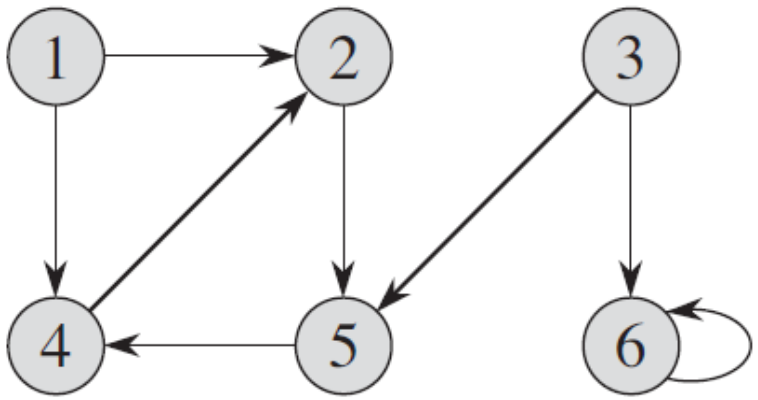


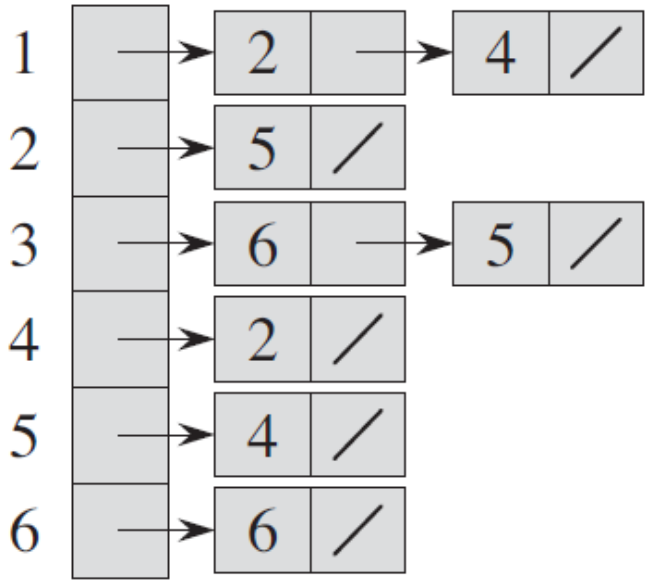


A directed graph

- **Adjacency lists:**

For every v, $G.Adj[v]$ is the list of the vertices u such that $(v, u) \in E$





Adjacency lists (pros and cons)

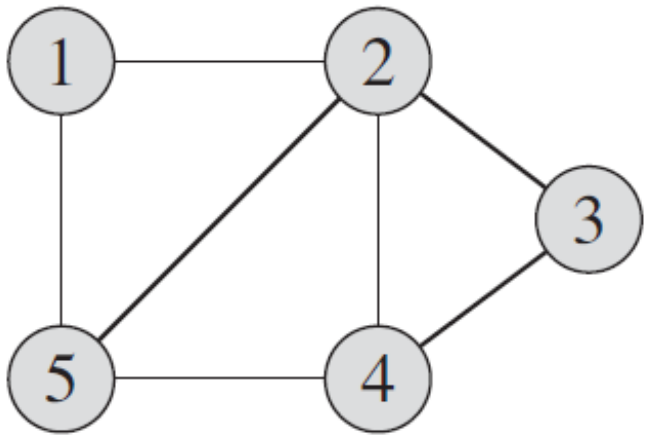
- Size $O(n+m), |V| = n, |E| = m$
- Extends easily to weighted graphs

- No fast way to check if $(u, v) \in E$

Representations of graphs (2)

- **Adjacency Matrix:**

Vertices are numbered 1,2, … , $|V|$, use matrix $\boldsymbol{A}$, such that
$A(i,j) \;=\; 1$ iff $(i,j) \in E$

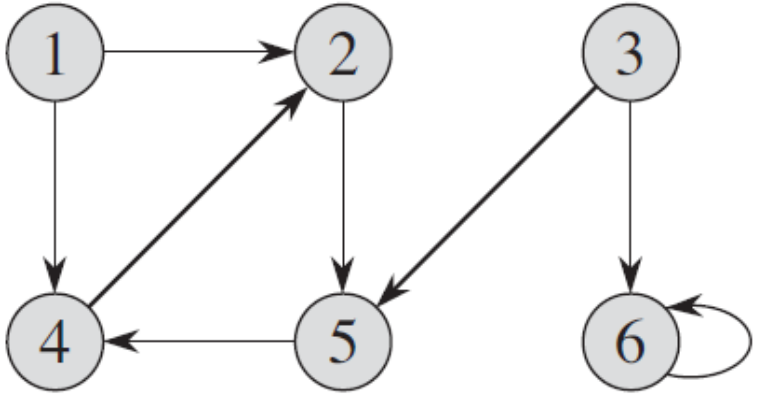


	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	1
2	1	0	1	1	1
3	0	1	0	1	0
4	0	1	1	0	1
5	1	1	0	1	0

Directed graph

- **Adjacency Matrix:**

Vertices are numbered 1,2, … , $|V|$, use matrix $\boldsymbol{A}$, such that
$A(i,j) \;=\; 1$ iff $(i,j) \in E$



	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	0	0
2	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	1	1
4	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	0	1

Adjacency matrix (pros and cons)

- Can find out if an edge (u, v) is in the graph in $O(1)$ time
- Extend easily to weighted graphs

- Takes $O(n^2)$ space even if the graph is sparse ($m = o(n^2)$)

Two algorithms to search a graph

- Search = Visit/reach all vertices + accumulate some additional important information as you go