

בוזן אמצע – מודלים חישוביים – סמסטר ב' התשס"ט

מרצים: ד"ר מירי פרייזלר ופרופ' בני שור

מתרגלים: יהונתן ברנט ורני הוד

הוראות:

1. מומליץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שעתיים.
3. במבחן 10 שאלות סגורות. יש לבחור תשובה אחת לכל שאלה.
4. תשובה נכונה מזכה בנקודות. תשובה שגויה איננה מזכה בנקודות.
5. את התשובות יש לסמן במקום המתאים לכך בטופס התשובות.
6. בכל שאלה יש לסמן תשובה יחידה.
7. משקל כל השאלות זהה.
8. אין להשתמש בכל חומר עזר.
9. יש לענות על השאלות בטופס התשובות בלבד.
10. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
11. יש למלא בטופס התשובות שם, מספר ת.ז. ומספר גרסה.
12. הקפידו למלא את מספר הגרסה.

בהצלחה, וחופש פסח נעים!

1. תהי L שפה רגולרית ונניח כי יחס השקילות \sim_L (אשר הוגדר בהוכחת משפט Myhill–Nerode) מחלק את Σ^* לארבע מחלקות שקילות לא ריקות A_1, A_2, A_3, A_4 .
מה ניתן לומר על השפה $S = A_1 \cup A_2$?

- (א) קיימת שפה רגולרית L עבורה השפה S היא חסרת הקשר אך אינה רגולרית.
 (ב) השפה S היא בהכרח רגולרית, ויחס השקילות \sim_S משרה תמיד ארבע מחלקות שקילות.
 (ג) השפה S היא בהכרח רגולרית, ויחס השקילות \sim_S משרה תמיד שתי מחלקות שקילות.
 (ד) השפה S היא בהכרח רגולרית, ויחס השקילות \sim_S משרה תמיד לכל היותר ארבע מחלקות שקילות לכל הפחות שתיים.

2. תהי L שפה רגולרית מעל הא"ב $\Sigma = \{0, 1\}$ המתקבלת ע"י אוטומט סופי דטרמיניסטי בעל k מצבים. נגדיר את השפה

$$\text{Suff}(L) = \{y \in \Sigma^* : \exists x \in \Sigma^* xy \in L\}$$

כאשר xy מסמן שרשור של שתי המילים.
מה ניתן לומר על $\text{Suff}(L)$?

- (א) ייתכן כי השפה $\text{Suff}(L)$ אינה חסרת הקשר.
 (ב) השפה $\text{Suff}(L)$ היא בהכרח חסרת הקשר, אך לא בהכרח רגולרית.
 (ג) השפה $\text{Suff}(L)$ היא בהכרח רגולרית, ויש שפה L כנ"ל עבורה כל אוטומט סופי דטרמיניסטי המקבל את $\text{Suff}(L)$ הוא בעל לפחות 2^{2k} מצבים.
 (ד) השפה $\text{Suff}(L)$ היא בהכרח רגולרית ויש אוטומט סופי דטרמיניסטי בעל לכל היותר 2^{k+1} מצבים המקבל את $\text{Suff}(L)$.

3. נתבונן בשפה $L = \{b^n c^m d^k : 0 \leq k \leq 100 \leq m \leq n\}$ מעל הא"ב $\Sigma = \{b, c, d\}$. איזו מהאפשרויות הבאות מתקיימת?

- (א) השפה L היא סופית.
 (ב) השפה L היא רגולרית ואינסופית.
 (ג) השפה L היא חסרת הקשר ואינה רגולרית.
 (ד) השפה L אינה חסרת הקשר.

4. נתבונן בשפה $L = \{w\#w^R : w \in \{0, 1\}^*\}$ מעל הא"ב $\Sigma = \{0, 1, \#\}$. איזו מהאפשרויות הבאות מתקיימת?

- (א) השפה המשלימה $\Sigma^* \setminus L$ היא סופית.
 (ב) השפה המשלימה $\Sigma^* \setminus L$ היא רגולרית ואינסופית.
 (ג) השפה המשלימה $\Sigma^* \setminus L$ היא חסרת הקשר ואינה רגולרית.
 (ד) השפה המשלימה $\Sigma^* \setminus L$ אינה חסרת הקשר.

5. נתבונן בשפה $L = \{ww : w \in \Sigma^*\}$ מעל הא"ב האונארי $\Sigma = \{1\}$. איזו מהאפשרויות הבאות מתקיימת?

- (א) השפה L היא סופית.
 (ב) השפה L היא רגולרית ואינסופית.
 (ג) השפה L היא חסרת הקשר ואינה רגולרית.
 (ד) השפה L אינה חסרת הקשר.

6. נתון הדקדוק חסר ההקשר הבא: המשתנים הם $V = \{S, A, B\}$, הטרימינלים הם $\Sigma = \{a, b\}$, המשתנה ההתחלתי הוא S וכללי הגזירה הם

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \\ A &\rightarrow AA \mid AB \mid B \mid a \\ B &\rightarrow BB \mid BA \mid A \mid b \end{aligned}$$

מה ניתן לומר על דקדוק זה ועל השפה אותה הוא גוזר?

- (א) הדקדוק הוא בצורת חומסקי נורמלית והשפה שהוא גוזר היא רגולרית.
- (ב) הדקדוק אינו בצורת חומסקי נורמלית והשפה שהוא גוזר היא רגולרית.
- (ג) הדקדוק אינו בצורת חומסקי נורמלית והשפה שהוא גוזר היא חסרת הקשר אך לא רגולרית.
- (ד) הדקדוק אינו בצורת חומסקי נורמלית והשפה שהוא גוזר אינה חסרת הקשר.

7. נתבונן בשפות הרגולריות מעל הא"ב $\Sigma = \{0, 1\}$. לכל שפה רגולרית L נגדיר את השפה

$$Z(L) = \{x \in \Sigma^* : \exists w \in \Sigma^* xww \in L\}$$

כאשר xww מסמן שרשור שלוש המחרוזות. איזו מהאפשרויות הבאות מתקיימת?

- (א) לכל שפה רגולרית L , השפה $Z(L)$ אינה חסרת הקשר.
- (ב) לכל שפה רגולרית L , השפה $Z(L)$ היא חסרת הקשר ואינה רגולרית.
- (ג) לכל שפה רגולרית L , השפה $Z(L)$ היא רגולרית.
- (ד) יש שפות רגולריות L_1 ו- L_2 כך שהשפה $Z(L_1)$ היא רגולרית אך השפה $Z(L_2)$ חסרת הקשר ואינה רגולרית.

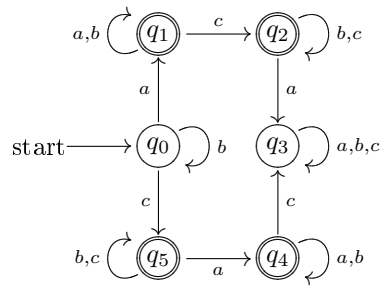
8. יהא G דקדוק חסר הקשר בצורה הנורמלית של חומסקי עם k משתנים. מה ניתן לומר על השפה $B = \{w \in L(G) : |w| > 2^k\}$?

- (א) השפה B בהכרח חסרת הקשר ועשויה להיות רגולרית.
- (ב) השפה B בהכרח חסרת הקשר אך לעולם לא רגולרית.
- (ג) ייתכן שהשפה B חסרת הקשר וייתכן שאינה חסרת הקשר.
- (ד) השפה B בהכרח איננה חסרת הקשר.

9. נתבונן במשפחת השפות $L_k = \{x_1 \cdots x_n : n \in \mathbb{N}, x_k = 1, \forall i x_i \in \Sigma\}$ מעל הא"ב $\Sigma = \{0, 1\}$. איזו מהאפשרויות הבאות מתקיימת?

- (א) לכל מספר טבעי k קיים אוטומט סופי דטרמיניסטי עם $k + 2$ מצבים המקבל את L_k^R , אולם כל אוטומט סופי דטרמיניסטי המקבל את L_k הוא בעל לפחות 2^k מצבים.
- (ב) לכל מספר טבעי k קיים אוטומט סופי דטרמיניסטי עם $k + 2$ מצבים המקבל את L_k , אולם כל אוטומט סופי דטרמיניסטי המקבל את L_k^R הוא בעל לפחות 2^k מצבים.
- (ג) לכל מספר טבעי k קיים אוטומט סופי לא דטרמיניסטי עם $k + 2$ מצבים המקבל את L_k^R , אולם כל אוטומט סופי לא דטרמיניסטי המקבל את L_k הוא בעל לפחות 2^k מצבים.
- (ד) לכל מספר טבעי k קיים אוטומט סופי לא דטרמיניסטי עם $k + 2$ מצבים המקבל את L_k , אולם כל אוטומט סופי לא דטרמיניסטי המקבל את L_k^R הוא בעל לפחות 2^k מצבים.

10. להלן דיאגרמת מצבים של אוטומט סופי דטרמיניסטי A מעל הא"ב $\Sigma = \{a, b, c\}$:



איזה מהביטויים הרגולריים הבאים מתאר את השפה $L(A)$?
 הערה: + מסמן איחוד, ומוחלף לעתים בסימן \cup .

(א) $b^* (a^* b^* c^* + c^* b^* a^*)$

(ב) $b^* (a + c) (a + b + c)^*$

(ג) $(a + b)^* (b + c)^* + (b + c)^* (a + b)^*$

(ד) $(a + b)^* a (b + c)^* + (b + c)^* c (a + b)^*$