

להלן שתי תוספות לגבי שאלות שנשאלו בשעות הקבלה ב-11.4.2007

1. דנו בשפה L הבאה:
- תהי השפה L אוסף המחרוזות מעל האלף-בית $\{0,1\}$ שהן מהצורה wu , כך ש- u ו- w שוות אורך, ולכל מיקום i , הביט ה- i של u שונה מהביט ה- i של w .
- נראה ש- L אינה חסרת הקשר:
- נגדיר את השפה הרגולרית: $R=0^*1^*0^*1^*0^*1^*$
- נניח בשלילה ש- L ח"ה. מכאן נובע שגם $L'=L \cap R$ הינה ח"ה (עקב הסגירות של שפות חסרות הקשר לחיתוך עם שפות רגולריות).
- אולם $L'=0^n 1^m 0^k 1^n 0^m 1^k$ והיא אינה ח"ה לפי למת הניפוח. הגענו לסתירה, ומכאן ש- L איננה ח"ה.
- תשומת לב שלא ניתן להוכיח זאת בעזרת חיתוך עם השפה הרגולרית $R=0^*1^*0^*$, שכן אז מקבלים ש- $L'=0^n 1^{m+n} 0^m$ שהינה שפה חסרת הקשר.

2. נשאלה השאלה הבאה:
- עבור כל ביטוי רגולרי באורך $n > 0$ (סופרים את כל הסימנים בביטוי כולל סימן הכפל, אבל לא את הסוגריים):
- א. קיים בהכרח אוטומט סופי דטרמיניסטי עם לא יותר מ- n מצבים שמזהה את השפה של הביטוי.

לא נכון. למשל עבור השפה המכילה רק את המילה 110. זהו ביטוי רגולרי באורך 3 אך האוטומט הדטרמיניסטי הוא בעל 4 מצבים. מי שעדיין לא השתכנע יכול לקחת את שפת כל המילים שהתו ה- n לפני אחרון הוא 1 (כאשר n קבוע לשפה) - דרושים סדר גודל של 2^n מצבים (כמו השאלה מתרגיל הבית) אך הביטוי הרגולרי הוא סדר גודל של $O(n)$ תווים ולכן עבור n גדול מספיק יתקיים הדרוש.

- ב. קיים בהכרח אוטומט סופי לא-דטרמיניסטי עם לא יותר מ- n מצבים שמזהה את השפה של הביטוי (אבל אין בהכרח אוטומט דטרמיניסטי כזה).

לא נכון. ניקח את אותה השפה $R=110$ (כלומר $L(R)=\{110\}$). האוטומט האי-דטרמיניסטי הקטן ביותר המזהה את השפה הוא בעל 4 מצבים.

- ג. קיים בהכרח אוטומט מחסנית עם לא יותר מ- $2n$ מצבים שמזהה את השפה של הביטוי (אבל אין בהכרח אוטומט סופי כזה).

הניסוח כאן מבלבל, שכן לא ברור האם הכוונה לאוטומט סופי דטרמיניסטי או אי-דטרמיניסטי. נתייחס לשני המקרים.

1) עבור "אוטומט סופי דטרמיניסטי" הסעיף נכון. החלק של האוטומט הסופי הדטרמיניסטי נובע מהדוגמה השניה שניתנה בסעיף א'. לגבי אוטומט מחסנית, נזכר בהוכחה של משפט השקילות בין השפות הניתנות לרישום כביטוי רגולרי לבין שפות רגולריות. ראינו שניתן להפוך ביטוי רגולרי ל NFA. בהוכחה הופכים כל תו בא"ב לשני מצבים, איחוד מוסיף מצב אחד, שירשור לא מוסיף מצב, וכוכב מוסיף מצב אחד. מכאן שכל תו שאינו סוגריים מוסיף לכל היותר שני מצבים ל NFA. כיוון שכל NFA הוא גם אוטומט מחסנית (פשוט לא מתייחסים למחסנית), אז קיים אוטומט מחסנית עם $2n$ מצבים.

2) עבור "אוטומט סופי אי-דטרמיניסטי" הסעיף אינו נכון. קיים אוטומט סופי אי-דטרמיניסטי שכזה, כפי שהוסבר למעלה.

ד. אף אחת מן הנ"ל.

אם מתייחסים בסעיף ג' ל-"אוטומט סופי אי-דטרמיניסטי", אזי אין אף תשובה נכונה.