

## פתרונות נבחרים לתרגיל 5

• שאלה 1:

1. נכון. לדוגמא, נגדיר תחשיב  $HPC'$  המתקבל מ- $HPC$  על ידי הוספת סכימה נוספת לקבוצת האקסיומות:  $\neg\neg A \rightarrow A$ . נותר להוכיח שקבוצת המשפטים של  $HPC'$  שווה לקבוצת המשפטים של  $HPC$ .
2. נכון. ניתן להשתמש בדוגמא מהסעיף הקודם, אבל יש לתת הוכחה מלאה.
3. נכון. נוכיח זאת: יהיו  $S_1, S_2$  שני תחשיבים עם אותו יחס יכחות. יהי  $A$  משפט של  $S_1$ . אז  $\vdash_{S_1} A$ . מכיוון ש- $\vdash_{S_1} = \vdash_{S_2}$ , ולכן  $\vdash_{S_2} A$  גם משפט של  $S_2$ . כנ"ל בכיוון ההפוך.
4. לא נכון. נגדיר שני תחשיבים שנוסחאותיהם - מחרוזות מעל  $\{a, b\}$ .  
 תחשיב  $S_1$ : קבוצת האקסיומות -  $\{a\}$ , כללי היסק:  $\frac{a}{ab}$  ו- $\frac{b}{bbb}$ .  
 תחשיב  $S_2$ : קבוצת האקסיומות -  $\{a\}$ , כלל היסק יחיד:  $\frac{a}{ab}$ .  
 קל לראות שקבוצת המשפטים של התחשיבים הנ"ל שוות (איך מוכיחים?), אבל  $b \vdash_{S_1} bbb$ ,  $b \not\vdash_{S_2} bbb$ .

• שאלה 3:

- משפט הנאותות לא מתקיים עבור הסנטיקה החדשה. למשל  $((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A)$  אינה טאוטולוגיה תחת סמנטיקה זו: נבחר למשל  $v(A) = f$ .

• שאלה 4:

- מכיוון שכלל ההיסק היחיד במערכת הוא MP, מספיק לבדוק שכל האקסיומות הן טאוטולוגיות. מכיוון ש-MP משמר תקפות, נובע משפט התקפות (החזק). דרושות כמובן הוכחות מפורטות יותר.