לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 9

1. הראה בעזרת משפט הרברנד כי הנוסחאות הבאות ספיקות:

   (א) $R(f(a), g(b)) \to (T(h(a,b,c)) \vee R(f(a), g(b)))$

   (ב) $(\forall x \forall y (x \neq y) \to (f(x) \neq f(y))) \wedge (\exists x \forall y (f(y) \neq x))$

   (ג) $(R(c) \wedge \forall x R(x) \to R(f(x))) \to \forall x R(x)$

   (ד) $\neg((R(c) \wedge \forall x R(x) \to R(f(x))) \to \forall x R(x))$

2. הוכח שלא קיימת נוסחה A מעל המילון $\{=\}$, כך ש-A נכונה במבנה M שבו $=^M$ הוא יחס הזהות אמ"ם הגודל של M הוא זוגי.

3. הוכח שלא קיימת נוסחה A כך שלכל מבנה גרף עבור המילון $\Sigma = \{E(,), =\}$, A נכונה אמ"ם יש במבנה מעגל פשוט בגודל אי זוגי.

4. הוכח שלא קיימת נוסחה A כך שלכל מבנה גרף מכוון עבור המילון $\Sigma = \{E(,), =\}$, A נכונה אמ"ם דרגת הכניסה של קודקוד בגרף היא מספר המתחלק ב-5.

5. יהי Σ מילון סופי עם שויון ו-A פסוק במילון. הוכח או הפרך:

   (א) אם לכל n טבעי קיים מבנה בגודל גדול מ-n שבו A ספיק, אז A ספיק במבנה אינסופי.

   (ב) אם A ספיק באינסוף מבנים לא איזומורפיים עבור Σ, אז A ספיק במבנה אינסופי.

6. המילון Σ כולל שני סימני יחס חד-מקומיים R ו-T.

   הוכח או הפרך את טענות הבאות:

   (א) קיים פסוק ψ ב-Σ שספיק רק במבנים בגודל גדול מ-3.

   (ב) קיים פסוק ψ ב-Σ שספיק רק במבנים סופיים.

7. (שאלת בונוס) הוכח ששני הניסוחים של משפט השלמות הם שקולים:

   (א) אם Γ עקבית אז Γ ספיקה.

   (ב) אם $\Gamma \models_{valid} A$ אז $\Gamma \vdash_{HC} A$.