

## לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 6

1. יש להצרין בשפה מסדר ראשון בעלת מילון מתאים. ציין את המילון שבחרת בכל סעיף. צייר את השלד של הנוסחאות המתקבלות:

- (א) אם יש סוטים באורווה אז סוטים אילו הם שחורים.  
 (ב) כל סוס באורווה שזנבו לבן הוא בעל כתם על המצח.  
 (ג) סוטים עם זנב לבן אינם מחובבים סוטים עם כתם על המצח.  
 (ד) לאף סוס באורווה אין זנב לבן.  
 (ה) לשני ישרים שונים יש לכל היותר נקודה משותפת אחת.  
 (ו)  $y_1, y_2$  הם שני ישרים מקבילים.  
 (ז) דרך נקודה שמחוץ לישר נתון עובר מקביל יחיד לאותו ישר.  
 (ח) קיים מספר יחיד הגדול מאפס, אשר שווה לריבוע של עצמו.  
 (ט) כל מספר זוגי הוא סכום של שני מספרים ראשוניים.  
 (י) לכל מספר המתחלק ב-4, קיים מספר ראשוני הגדול ממנו.

2. צייר את השלד של הנוסחאות הבאות:

- (א)  $\forall x_1 \forall x_3 (A(x_1, x_2) \rightarrow B(x_3))$   
 (ב)  $\forall x_2 (A(f(x_2)) \rightarrow \forall x_3 B(x_1, x_2, x_3))$   
 (ג)  $(\neg A(x_2) \wedge \forall x_5 A(x_2)) \wedge \forall x_2 A(x_2)$   
 (ד)  $[\forall x_1 (R(x_1, x_3) \wedge \exists x_1 Q(x_2, x_3))] \vee [\exists x_1 \forall x_1 (R(x_2, x_5) \rightarrow \exists x_4 Q(x_1, x_4))]$

3. רשום את  $A\{\frac{s}{x}\}$  עבור המקרים הבאים (החלף שמות משתנים קשורים במקרה הצורך):

- (א)  $s = g(f(w), w), A = (\forall x P(x, y)) \wedge Q(z, f(x), g(x, y))$   
 (ב)  $s = g(f(w), w), A = \forall x (P(x, y) \wedge Q(z, f(x), g(x, y)))$   
 (ג)  $s = g(f(w), y), A = \forall w \exists y (P(x, y) \wedge Q(z, f(x), g(x, y)))$   
 (ד)  $s = g(f(w), z), A = (\forall w P(x, y)) \wedge \exists z (Q(z, f(x), g(x, y)))$

4. יהי  $\Sigma$  מילון הכולל סימן יחס חד-מקומי  $P$ , סימן יחס דו-מקומי  $R$  וסימן פונקציה דו-מקומי  $f$ . לכל אחד מהפסוקים הבאים הצע מבנה  $M$  עבור  $\Sigma$  שבו הפסוק נכון:

- (א)  $\exists x (P(x) \wedge \forall y \neg R(x, y))$   
 (ב)  $\forall x (P(x) \rightarrow \forall y R(y, x))$   
 (ג)  $\exists x (P(x) \wedge R(x, f(x, x)))$   
 (ד)  $\forall x \neg R(x, x)$   
 (ה)  $\forall x \forall y \forall z (R(x, y) \wedge R(y, z) \rightarrow R(x, z))$