

לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 5

1. הוכח באופן ישיר (בעזרת הגדרת העקביות וללא שימוש במשפטי הנאותות והשלמות):

(א) $T \vdash_{HPC} \neg A$ אם"ם $T \cup \{A\}$ אינה עקבית.

(ב) $T \vdash_{HPC} A$ אם"ם $T \cup \{\neg A\}$ אינה עקבית.

2. הוכח ששני הניסוחים הבאים של משפט הנאותות הם שקולים:

(א) אם Γ ספיקה אז Γ עקבית.

(ב) אם $\Gamma \vdash_{HPC} A$ אז $\Gamma \models A$.

3. תהי Σ קבוצת פסוקים מעל האטומים $\{p_1, p_2, \dots\}$. נאמר ש- Σ היא דו-ספיקה אם קיימת השמה v המספקת את Σ שעבורה מתקיים ש- $v(p_i) = f$ לכל i זוגי. הוכח: Σ דו-ספיקה אם"ם כל תת-קבוצה סופית שלה היא דו-ספיקה.

4. תהי S קבוצת כוכבים בת-מניה, יתכן אינסופית.

(א) נאמר ששני כוכבים הם שכנים אם המרחק ביניהם קטן ממיליון ק"מ.

(ב) תת-קבוצה $S' \subseteq S$ של כוכבים נקראת קהילה אם כל שני כוכבים ב- S' הם שכנים. כלומר: אם $a, b \in S'$ אז a, b הם שכנים.

(ג) נאמר שקבוצת כוכבים S היא דו-קהילתית אם קיימות ב- S שתי קהילות $S_1, S_2 \subseteq S$ כך שכל כוכב ב- S נמצא באחת מהן לפחות.

הוכח: קבוצת כוכבים S היא דו-קהילתית אם"ם כל תת-קבוצה סופית שלה היא דו-קהילתית.