

### לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 3

1. תהינה  $\varphi$  ו- $\varphi'$  נוסחאות שקולות. הוכח כי לכל נוסחה  $\psi$ , משתנה  $P$ , וסביבה  $\rho$  מתקיים:  $\llbracket \psi \{ \frac{\varphi}{P} \} \rrbracket_{\rho} = \llbracket \psi \{ \frac{\varphi'}{P} \} \rrbracket_{\rho}$ .

2. יחס  $\vdash$  הוא יחס נביעה אם הוא מקיים את התכונות הבאות:

(א) רפלקסיביות:  $\{A\} \vdash A$

(ב) מונוטוניות: אם  $\Gamma_1 \vdash A$  וגם  $\Gamma_1 \subseteq \Gamma_2$  אז  $\Gamma_2 \vdash A$

(ג) טרנזיטיביות: אם  $\Gamma \cup \{A\} \vdash B$  וגם  $\Gamma \vdash A$  אז  $\Gamma \vdash B$

הוכח שהיחס  $\models$  הוא יחס נביעה.

3. הוכח או הפרד: אם  $A, B$  נוסחאות ללא משתנים משותפים ו- $A \rightarrow B$ , אז  $\models A \rightarrow B$ , או לפחות אחד הדברים הבאים מתקיים:  $\models B$  או  $\models \neg A$ .

4. הקשר  $\uparrow$  מוגדר ידי טבלת האמת הבאה:

| $p$ | $q$ | $p \uparrow q$ |
|-----|-----|----------------|
| t   | t   | f              |
| t   | f   | t              |
| f   | t   | t              |
| f   | f   | t              |

הוכח ש- $\{\uparrow\}$  שלמה פונקציונאלית.

5. הוכח ש- $\{\leftrightarrow, \neg\}$  אינה שלמה פונקציונאלית.

6. נגדיר תחשיב  $F$  שבו הנוסחאות החוקיות הן כל המחרוזות מעל  $\{0, 1, \#\}$ . קבוצת האקסיומות של  $F$  היר קבוצה ריקה ויש שני כללי היסק:

$$\frac{A\#}{A01\#} \quad \frac{A\#}{A111}$$

(א) האם  $0\# \vdash_F 001111$  ?

(ב) האם  $\#\# \vdash_F 1111$  ?

(ג) תאר את כל המחרוזות שניתנות להוכחה ב- $F$  מ- $\{0\#, \#, \#1\}$ .