

## לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 2

1. לגבי המילים הבאות, אם המילה היא נוסחה בשפת תחשיב הפסוקים, הראה עץ בנייה וסדרת בנייה. אחרת הוכח שהמילה איננה נוסחה.

$$(א) (\neg((p \wedge q) \rightarrow (r \rightarrow p)))$$

$$(ב) ((p \rightarrow q) \wedge r))$$

$$(ג) (p \wedge \neg(q \rightarrow (p \vee q)))$$

$$(ד) p \wedge q$$

$$(ה) p \wedge$$

2. (א) הוכח שכל רישא ממשית של נוסחה  $A$  לא אטומית מכילה יותר סוגריים פותחות (' ממשית סוגרות ') תזכורת: נסמן ב- $|S|$  את אורך המחרוזת  $S$ . מחרוזת  $S_1$  היא רישא ממשית של מחרוזת  $S_2$  אם  $|S_1| < |S_2|$  ולכל  $S_1[i] = S_2[i] : 1 \leq i \leq |S_1|$ .

(ב) הוכח שלכל שתי נוסחאות  $A, B$  בתורת הפסוקים:  $A$  אינה רישא ממשית של  $B$ .

(ג) השתמש בסעיפים הקודמים להוכחת משפט קריאות יחידה שנוסח בכיתה.

3. אילו מהנוסחאות הבאות ספיקות ואילו מהן טאוטולוגיות ( $p, q, r$  משתנים):

$$(א) \neg(p \rightarrow p)$$

$$(ב) (p \rightarrow (q \rightarrow r))$$

$$(ג) \neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg(\neg p \wedge \neg q))$$

$$(ד) (\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow q) \rightarrow q)$$

4. הוכח או הפרך ( $A, B, C, D$  - נוסחאות):

$$(א) (A \wedge B) \rightarrow C, D \rightarrow A, D, \neg C \models \neg B$$

$$(ב) (A \wedge B) \rightarrow C \models (A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C)$$

$$(ג) A \rightarrow B, B \rightarrow C \models \neg(\neg C \wedge A)$$

$$(ד) A \rightarrow B \models (C \wedge A) \rightarrow (C \wedge B)$$

(ה) כל טאוטולוגיה היא פסוק ספיק.

(ו) מספיקות  $A \rightarrow B$  ו- $A$  נובעת ספיקות  $B$ .

(ז) אם  $A_1, \dots, A_n \models B$  אז  $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n \models B$ .