

## לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 5

1. בשפה עם סימן יחס דו-מקומי יחיד רשמו פסוק ספיק שאין מבנה (בעל תחום) סופי שמספק אותו.

2. הוכח: תורה  $T$  היא  $v$ -ספיקה אם  $\forall T$  היא ספיקה.

3. (שאלה ממבחן) הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

(א) לכל נוסחה  $A$ :  $A\{c/x\} = (A\{z/x\})\{c/z\}$

(ב) לכל נוסחה  $A$ , שמות עצם  $s_1, s_2$  ומשתנים  $x, z$ :

$$A\{s_1/x\}\{s_2/z\} = A\{s_1/x, s_2/z\}$$

(ג) אם  $s$  חופשי להצבה במקום  $x$  ב- $A$ , אז לכל מבנה  $M$  והשמה  $v$  מתקיים:

$$M, v \models A\{s/x\} \rightarrow \exists x A$$

4. (שאלה ממבחן) הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

(א) יהיו  $A, B$  נוסחאות כך ש- $Fv[A] \subseteq \{x, y\}$  ו- $Fv[B] \subseteq \{x, y\}$

אז  $T \models_{FOL} A \wedge B$  אם"ם  $T \cup \{\neg A \vee \neg B\}$  היא  $t$ -ספיקה.

(ב) יהיו  $A, B$  נוסחאות כך ש- $Fv[A] \subseteq \{x, y\}$  ו- $Fv[B] \subseteq \{x, y\}$

אז  $T \models_{FOL} A \wedge B$  אם"ם  $T \cup \{\neg A \vee \neg B\}$  היא  $v$ -ספיקה.

(ג) תהי  $A$  נוסחה המקיימת  $Fv[A] = \{x, y\}$ . אז לכל שני קבועים  $d_1, d_2$

שאינם מופיעים ב- $A$ :  $A$   $t$ -ספיקה אם"ם  $A\{d_1/x, d_2/y\}$  ספיקה.

(ד) לכל מבנה  $M$ :  $M$  הוא  $v$ -מודל של נוסחה  $\forall x A \rightarrow \forall x B$  אם"ם  $M$  הוא

$v$ -מודל של הנוסחה  $\forall x B$  או  $M$  אינו  $v$ -מודל של הנוסחה  $\forall x A$ .

5. (שאלה ממבחן)

(א) הראה כי הנוסחאות  $\forall x A$  ו- $\forall y A\{y/x\}$  אינן שקולות לוגית לכל  $x$  ו- $y$ .

(ב) נסח הגבלות מינימליות על  $y$  שעבורן  $\forall x A$  ו- $\forall y A\{y/x\}$  שקולות לוגית.

(אין צורך להוכיח את מינימליות ההגבלות).