

לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 3

1. תהי A קבוצה של אנשים, ייתכן אינסופית.

(א) נאמר ששני אנשים הם שכנים אם המרחק בין שני הבתים שלהם הוא לכל היותר 100 מטר.

(ב) תת-קבוצה $A' \subseteq A$ של אנשים נקראת קהילה אם כל שני אנשים ב- A' הם שכנים. כלומר: אם $a, b \in A'$ אז a, b הם שכנים.

(ג) נאמר ש- A היא קבוצה דו-קהילתית אם קיימות ב- A שתי קהילות $A_1, A_2 \subseteq A$ כך שכל אדם ב- A נמצא באחת מהן לפחות.

הוכיחו: קבוצה A היא דו-קהילתית אם"ם כל תת-קבוצה סופית שלה היא דו-קהילתית. (תנו הוכחה מפורטת לשני הכיוונים).

2. מצא נוסחאות בצורות CNF ו-DNF ששקולות לנוסחאות הבאות:

$$(א) A \leftrightarrow (B \wedge \neg A)$$

$$(ב) (A \rightarrow B) \vee (\neg A \wedge C)$$

3. הקשר \uparrow מוגדר ידי טבלת האמת הבאה:

p	q	$p \uparrow q$
t	t	f
t	f	t
f	t	t
f	f	t

הוכח שהמערכת $\{\uparrow\}$ שלמה פונקציונאלית.

4. הוכח שהמערכת $\{\leftrightarrow, \neg\}$ אינה שלמה פונקציונאלית.

5. השתמש בשפה מסדר ראשון מתאימה כדי להצרין את הטענות הבאות:

(א) אם יש סוסים באורווה אז סוסים אילו הם שחורים,

(ב) כל סוס באורווה שזנבו לבן הוא בעל כתם על המצח,

(ג) סוסים עם זנב לבן אינם מחבבים סוסים עם כתם על המצח,

(ד) לאף סוס באורווה אין זנב לבן.

לכל אחת מהנוסחאות שהתקבלו, רשום מהם המשתנים החופשיים והקשורים בנוסחא.

6. יש להצרין בשפת הגיאומטריה האויקלידית:

(א) לשני ישרים שונים יש לכל היותר נקודה משותפת אחת

(ב) הם שני ישרים מקבילים

(ג) דרך נקודה שמחוץ לישר נתון עובר מקביל יחיד לאותו ישר

לכל אחת מהנוסחאות שהתקבלו, רשום מהם המשתנים החופשיים והקשורים בנוסחא.