

לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 2

1. אילו מהנוסחאות הבאות ספיקות ואילו מהן טאוטולוגיות:

$$\neg(p \rightarrow p) \quad (\text{א})$$

$$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \quad (\text{ב})$$

$$\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg(\neg p \wedge \neg q)) \quad (\text{ג})$$

$$(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow q) \rightarrow q) \quad (\text{ד})$$

2. הוכח או הפרך כי לכל P, Q, A, B, C, D, R מתקיים:

$$(P \wedge Q) \rightarrow R, D \rightarrow P, D, \neg R \vdash_{CPL} \neg Q \quad (\text{א})$$

$$(A \wedge B) \rightarrow C \vdash_{CPL} (A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C) \quad (\text{ב})$$

$$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash_{CPL} \neg(\neg C \wedge A) \quad (\text{ג})$$

$$A \rightarrow B \vdash_{CPL} (C \wedge A) \rightarrow (C \wedge B) \quad (\text{ד})$$

(ה) כל טאוטולוגיה היא פסוק ספיק.

(ו) מספיקות $A \rightarrow B$ ו- A נובעת ספיקות B .

$$A_1 \wedge A_2 \dots \wedge A_n \vdash_{CPL} B \quad \text{אם} \quad A_1, \dots, A_n \vdash_{CPL} B \quad (\text{ז})$$

3. נגדיר סמנטיקה חלופית לתחשיב הפסוקים על ידי שינוי טבלת האמת של הקשר \neg : $\neg^*(t) = t, \neg^*(f) = f$. האם משפט התקפות מתקיים תחת הסמנטיקה החדשה?

4. הוכח:

$$\vdash_{HPC} (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C)) \quad (\text{א})$$

$$(A \rightarrow B) \vdash_{HPC} (\neg B \rightarrow \neg A) \quad (\text{ב})$$

$$A, \neg A \vdash_{HPC} B \quad (\text{ג})$$

5. תחשיב $L4$ מוגדר באופן הבא: הנוסחאות החוקיות כמו של HPC , כלל היסק יחיד - MP , האקסיומות:

$$A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B)) \quad (\text{א})$$

$$(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \wedge B) \rightarrow C)) \quad (\text{ב})$$

$$(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A) \quad (\text{ג})$$

הוכח את משפט התקפות עבור $L4$, כלומר הוכח כי $L4 \subseteq CPL$.