

לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 9

1. הצרינו את הטענות הבאות. תארו במדוייק את השפה שבה אתם משתמשים.

- (א) מספר אינו מתחלק ממש בעוקבו.
 (ב) גורם של מספר לא יכול להיות גורם של העוקב לאותו מספר (הערה: "X" גורם של Y" מתפרש כאן "Y מתחלק ממש ב-X")
 (ג) כל מספר הוא ראשוני או מתחלק ממש באיזשהו מספר ראשוני.
 (ד) בהיתן מספר אפשר למצוא מספר המתחלק ממש בכל המספרים הקטנים מהמספר הראשון.
 (ה) לכל מספר אפשר למצוא מספר ראשוני שאינו קטן ממנו.
 (ו) כל מספר קטן מאיזשהו מספר ראשוני.
 (ז) כל מספר הוא ראשוני או קטן מאיזשהו מספר ראשוני.

2. (שאלה ממבחן) הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

- (א) יהיו A, B נוסחאות כך ש- $Fv[A] \subseteq \{x, y\}$ ו- $Fv[B] \subseteq \{x, y\}$. אז $T \cup \{\neg A \vee \neg B\}$ היא t-ספיקה. $T \Vdash_{FOL}^t A \wedge B$
 (ב) יהיו A, B נוסחאות כך ש- $Fv[A] \subseteq \{x, y\}$ ו- $Fv[B] \subseteq \{x, y\}$. אז $T \cup \{\neg A \vee \neg B\}$ היא v-ספיקה. $T \Vdash_{FOL}^v A \wedge B$
 (ג) לכל נוסחה A , קבוע c ומשתנים x, z : $A\{c/x\} = (A\{z/x\})\{c/z\}$
 (ד) $\vdash_{FOL} \forall x(p(x) \vee \exists yq(x, y)) \rightarrow \exists y\forall x(p(x) \vee q(x, y))$
 (ה) $\vdash_{FOL} (\forall x\psi \wedge \exists x\varphi) \rightarrow \exists x(\psi \wedge \varphi)$
 (ו) מבנה M הוא v-מודל של נוסחה A אם"ם הוא לא v-מודל של $\neg A$.

3. הוכח: תורה T היא v-ספיקה אם $\forall T$ היא ספיקה.

4. (שאלה ממבחן) תהי L_1 שפה בעלת סיגנטורה הכוללת שני סימני יחס דו-מקומיים P ו- Q , סימן פונקציה חד-מקומי f ושני קבועים c, d .

הוכח או הפרך את טענות הבאות:

- (א) קיים פסוק ψ ב- L_1 שספיק רק במבנים בגודל גדול מ-3.
 (ב) קיים פסוק ψ ב- L_1 שספיק רק במבנים סופיים.