

לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 7

1. השתמש בשפה מסדר ראשון מתאימה כדי להצרין את הטענות הבאות:

- (א) אם יש סוטים באורווה אז סוטים אילו הם שחורים.
 (ב) כל סוס באורווה שזנבו לבן הוא בעל כתם על המצח.
 (ג) סוטים עם זנב לבן אינם מחבבים סוטים עם כתם על המצח.
 (ד) לאף סוס באורווה אין זנב לבן.

לכל אחת מהנוסחאות שהתקבלו, רשום מהם המשתנים החופשיים והקשורים בנוסחא.

2. יש להצרין בשפת תורת המספרים האלמנטרית: כל מספר זוגי הוא סכום של שני מספרים ראשוניים. שימו לב שאין בשפה הזאת סימן יחס חד-מקומי $\dots prime$

3. יש להצרין בשפת הגיאומטריה האוקלידית:

- (א) לשני ישרים שונים יש לכל היותר נקודה משותפת אחת
 (ב) y_1, y_2 הם שני ישרים מקבילים
 (ג) דרך נקודה שמחוץ לישר נתון עובר מקביל יחיד לאותו ישר

לכל אחת מהנוסחאות שהתקבלו, רשום מהם המשתנים החופשיים והקשורים בנוסחא.

4. ציין לגבי כל אחד ממופעי המשתנים האם הוא חופשי או קשור:

- (א) $\forall x_1 \forall x_3 (p(x_1, x_2) \rightarrow q(x_3))$
 (ב) $\forall x_2 (p(f(x_2)) \rightarrow \forall x_3 q(x_1, x_2, x_3))$
 (ג) $(\neg p(x_2) \wedge \forall x_5 p(x_2)) \wedge \forall x_2 p(x_2)$
 (ד) $[\forall x_1 (r(x_1, x_3) \wedge \exists x_1 r(x_2, x_3))] \vee [\exists x_1 \forall x_1 (r(x_2, x_5) \rightarrow \exists x_4 r(x_1, x_4))]$

5. רשום את $A\{s/x\}$ עבור המקרים הבאים וציין האם s חופשי להצבה במקום x ב- A :

- (א) $s = g(f(w), w), A = (\forall x p(x, y)) \wedge q(z, f(x), g(x, y))$
 (ב) $s = g(f(w), w), A = \forall x (p(x, y) \wedge q(z, f(x), g(x, y)))$
 (ג) $s = g(f(w), y), A = \forall w \exists y (p(x, y) \wedge q(z, f(x), g(x, y)))$
 (ד) $s = g(f(w), z), A = (\forall w p(x, y)) \wedge \exists z (q(z, f(x), g(x, y)))$

6. הוכח שאם x ו- y משתנים שונים ו- c, d קבועים, אז לכל נוסחה A מתקיים:

$$(A\{c/x\})\{d/y\} = (A\{d/y\})\{c/x\}$$