

לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 6

1. מצא נוסחאות בצורות CNF ו-DNF ששקולות לנוסחאות הבאות:

$$(א) A \leftrightarrow (B \wedge \neg A)$$

$$(ב) (A \rightarrow B) \vee (\neg A \wedge C)$$

2. מצא קריטריון הכרחי ומספיק לכך שנוסחא בצורת CNF תהיה טאוטולוגיה.

3. הקשר \uparrow מוגדר ידי טבלת האמת הבאה:

p	q	$p \uparrow q$
t	t	f
t	f	t
f	t	t
f	f	t

הוכח שהמערכת $\{\uparrow\}$ שלמה פונקציונאלית.

4. הוכח שהמערכת $\{\leftrightarrow, \neg\}$ אינה שלמה פונקציונאלית.

5. יחס הנביעה \vdash_L מתייחס ללוגיקה התלת-ערכית של *Lukasiewicz*, ואילו יחס הנביעה \vdash_K מתייחס ללוגיקה של *Kleene*. הוכח או הפרד:

$$(א) \vdash_L p \rightarrow (q \rightarrow q)$$

$$(ב) \vdash (p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$$

$$(ג) p \vdash_K p \rightarrow q$$

$$(ד) \neg p \vdash_K p \rightarrow q$$

$$(ה) \vdash_K p \rightarrow p$$

6. נגדיר לוגיקה תלת ערכית בצורה הבאה:

$S = \{-1, 0, 1\}$, $D = \{1\}$. פונקציית האמת של הקשר \rightarrow מוגדרת לכל $a, b \in S$:

$$\rightarrow^*(a, b) = \begin{cases} 1 & a \leq b \\ b & a > b \end{cases}$$

(א) רשום את טבלת האמת של הקשר \rightarrow .

(ב) האם $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$ היא טאוטולוגיה בלוגיקה התלת-ערכית שה-גדרנו?

(ג) הוכח שהאקסיומות I_1 ו- I_2 של *HPC* יחד עם *MP* אינן מספיקות כדי להוכיח את כל הטאוטולוגיות הקלאסיות שהקשר היחיד המופיע בהן הוא \rightarrow .