

לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 4

1. הוכח באופן ישיר (ללא שימוש במשפטי התקפות והשלמות):
 - (א) אם T קונסיסטנטית ו- $T \vdash_{HPC} A$ אז $T \cup \{A\}$ קונסיסטנטית.
 - (ב) $T \vdash_{HPC} \neg A$ אמ"ם $T \cup \{A\}$ אינה קונסיסטנטית ב-HPC.
 - (ג) $T \vdash_{HPC} A$ אמ"ם $T \cup \{\neg A\}$ אינה קונסיסטנטית ב-HPC.
 - (ד) אם T קונסיסטנטית אז לפחות אחת מ- $T \cup \{A\}, T \cup \{\neg A\}$ הינה קונסיסטנטית.
2. הוכח או הפרד: לכל השמה v הקבוצה $\{A \mid v(A) = t\}$ היא קונסיסטנטית.
3. הוכח ששני הניסוחים של משפט הקומפקטיות שניתנו בכיתה הם שקולים.
4. תהי A קבוצה של אנשים, ייתכן אינסופית.
 - (א) נאמר ששני אנשים הם שכנים אם המרחק בין שני הבתים שלהם הוא לכל היותר 100 מטר.
 - (ב) תת-קבוצה $A' \subseteq A$ של אנשים נקראת קהילה אם כל שני אנשים ב- A' הם שכנים. כלומר: אם $a, b \in A'$ אז a, b הם שכנים.
 - (ג) נאמר ש- A היא קבוצה דו-קהילתית אם קיימות ב- A שתי קהילות $A_1, A_2 \subseteq A$ כך שכל אדם ב- A נמצא באחת מהן לפחות.
- הוכח: קבוצה A היא דו-קהילתית אמ"ם כל תת-קבוצה סופית שלה היא דו-קהילתית. (תנו הוכחה מפורטת לשני הכיוונים).
5. תהי Σ קבוצת פסוקים מעל האטומים $\{p_1, p_2, \dots\}$. נאמר ש- Σ היא דו-ספיקה אם קיימת השמה v המספקת את Σ שעבורה מתקיים ש- $v(p_i) = f$ לכל i זוגי. הראה שקבוצה של פסוקים היא דו-ספיקה אם ורק אם כל תת-קבוצה סופית שלה היא דו-ספיקה.