

לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 2

1. אילו מהנוסחאות הבאות ספיקות ואילו מהן טאוטולוגיות:

$$\neg(p \rightarrow p) \quad (\text{א})$$

$$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \quad (\text{ב})$$

$$\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg(\neg p \wedge \neg q)) \quad (\text{ג})$$

$$(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow q) \rightarrow q) \quad (\text{ד})$$

2. הוכח או הפרך:

$$(P \wedge Q) \rightarrow R, D \rightarrow P, D, \neg R \vdash_{CPL} \neg Q \quad (\text{א})$$

$$(A \wedge B) \rightarrow C \vdash_{CPL} (A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C) \quad (\text{ב})$$

$$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash_{CPL} \neg(\neg C \wedge A) \quad (\text{ג})$$

$$A \rightarrow B \vdash_{CPL} (C \wedge A) \rightarrow (C \wedge B) \quad (\text{ד})$$

(ה) כל טאוטולוגיה היא ספיקה.

(ו) מספיקות $A \rightarrow B$ ו- A נובעת ספיקות B .

(ז) $A_1, \dots, A_n \vdash_{CPL} B$ אם $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n \vdash_{CPL} B$.

3. יחס \vdash הוא יחס נביעה אם הוא מקיים את התכונות הבאות:

$$\{A\} \vdash A \quad (\text{א}) \text{ רפלקסיביות:}$$

$$T_2 \vdash A \text{ אז } T_1 \subseteq T_2 \text{ וגם } T_1 \vdash A \quad (\text{ב}) \text{ מונוטוניות:}$$

$$T \vdash B \text{ אז } T \cup \{A\} \vdash B \text{ וגם } T \vdash A \quad (\text{ג}) \text{ טרנזיטיביות:}$$

הוכח שהיחס \vdash_{CPL} הוא יחס נביעה.

4. הוכח או הפרך: אם A, B נוסחאות ללא פסוקים אטומיים משותפים

$$\vdash_{CPL} A \rightarrow B \text{ או } \vdash_{CPL} \neg A$$

5. הוכח את משפט ההחלפה: יהיו A, B, C נוסחאות ו- v השמה כלשהי.

$$v(B) = v(C) \text{ אז } v(A\{B/p\}) = v(A\{C/p\})$$