

לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 12

1. שאלה ממבחן:

(א) הוכח באופן ישיר (ללא שימוש במשפטי השלמות והתקפות):

$$\vdash_{NDC} (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$$

(ב) (3 נק') הצרן את הטענות הבאות בשפה מסדר ראשון בעלת סיגנטורה מתאימה:

i. כל מי שנרשם לקורס בלוגיקה יכול לגשת למבחן בלוגיקה.

ii. אף סטודנט לפסיכולוגיה לא יכול לגשת למבחן בלוגיקה.

iii. כל מי שלמד מתמטיקה בדידה נרשם לקורס בלוגיקה.

iv. אף סטודנט לפסיכולוגיה לא למד מתמטיקה בדידה.

(ג) הוכח בעזרת דדוקציה טבעית או הפרך בעזרת דוגמא נגדית: הטענה הרב-יעית נובעת לוגית משלשת הטענות הראשונות.

(ד) תאר במפורט כיצד תשתנה תשובתך לסעיפים ב' ו-ג' אם נחליף את הטענה הראשונה בטענה הבאה:

כל אדם שנרשם לקורס בלוגיקה יכול לגשת למבחן בלוגיקה.

2. תהי A נוסחה עם משתנה חופשי אחד x ו- M מבנה הרברנד. הוכח:

$$M, v \models A \Leftrightarrow M, v \models A\{v[x]/x\} \quad (\text{א})$$

$$M \models \exists x A \Leftrightarrow \text{אם } M \models A\{t/x\} \text{ עבור סגור } t \quad (\text{ב})$$

3. (א) מצא צורה פרנקסית נורמאלית לפסוקים הבאים:

$$i. (\forall x(p(x) \rightarrow \exists yq(x, y)) \wedge \forall x(\neg p(x) \rightarrow \neg \exists yq(x, y)))$$

$$ii. \forall x(\forall y \exists z p(x, y, z)) \rightarrow \forall x r(x)$$

$$iii. \forall x \exists y \forall z ((\forall x p(x) \rightarrow q(x, f(y), z)) \wedge \neg \forall z \exists x \neg r(g(x, z), z))$$

(ב) השתמש בסקולמיזציה על מנת למצוא פסוקים אוניברסליים שספיקים אמם הפסוקים שמצאת בסעיף קודם ספיקים.

4. הוכח או הפרך: ψ ו- $Sk(\psi)$ שקולות לוגית.

5. שאלה ממבחן: תהי Γ קבוצת פסוקים ו- $\forall x \forall y \exists z \psi(x, y, z)$ פסוק בשפה L , כך שמתקיים $\Gamma \vdash_{FOL} \forall x \forall y \exists z \psi(x, y, z)$. יהי φ פסוק ב- L ו- f סימן פונקציה דו-מקומי שאינו ב- L . תן הוכחה מלאה שאם $\Gamma \cup \{\forall x \forall y \psi(x, y, f(x, y))\} \vdash_{FOL} \varphi$ אז $\Gamma \vdash_{FOL} \varphi$