

## לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 10

1. יהי  $\perp$  פסוק שהוא סתירה. הוכח או הפרך:

•  $T \vdash_{FOL}^t \perp$  אם  $T$  היא  $t$ -ספיקה.

•  $T \vdash_{FOL}^v \perp$  אם  $T$  היא  $v$ -ספיקה.

2. (שאלה ממבחן) הוכח או הפרך על ידי דוגמא את הטענות הבאות.

(א) תהי  $A$  נוסחה כך ש- $Fv[A] = \{x, y\}$ . אז לכל שני קבועים שונים  $d_1, d_2$  שאינם מופיעים ב- $A$ :  $v$ -ספיקה אם  $\{d_1/x, d_2/y\}$  ספיקה.

(ב)  $\forall x \forall y (P(x) \rightarrow P(y)) \vdash_{FOL} \exists x \forall y (P(x) \leftrightarrow P(y))$

(ג)  $\vdash_{FOL} \forall x (p(x) \vee \exists y q(x, y)) \rightarrow \exists y \forall x (p(x) \vee q(x, y))$

(ד) לכל מבנה  $M : M$  הוא  $v$ -מודל של נוסחה  $\forall x \exists y A \rightarrow \exists z B$  אם  $M$  הוא  $v$ -מודל של הנוסחה  $\forall x \exists y A$  או  $M$  אינו  $v$ -מודל של הנוסחה  $\exists z B$ .

3. (שאלה ממבחן) מבנה  $\langle D_1, I_1 \rangle = M_1$  עבור שפה  $L(\sigma)$  הוא תת-מבנה של מבנה

$\langle D_2, I_2 \rangle = M_2$  עבור  $L(\sigma)$  אם התנאים הבאים מתקיימים:

•  $D_1 \subseteq D_2$

•  $I_1[c] = I_2[c]$  לכל קבוע  $c$  של  $L(\sigma)$

• לכל סימן פונקציה  $n$ -מקומי  $f$  של  $L(\sigma)$  ולכל  $a_1, \dots, a_n \in D_1$   
 $I_1[f][a_1, \dots, a_n] = I_2[f][a_1, \dots, a_n]$

• לכל סימן יחס  $n$ -מקומי  $p$  של  $L(\sigma)$  ולכל  $a_1, \dots, a_n \in D_1$   
 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle \in I_1[p]$  אם  $\langle a_1, \dots, a_n \rangle \in I_2[p]$

יהיו  $M_1, M_2$  מבנים עבור שפה  $L(\sigma)$ , כך ש- $M_1$  הוא תת-מבנה של  $M_2$ . הוכח או הפרך על ידי דוגמא נגדית:

(א) לכל פסוק  $A$ : אם  $M_1 \models A$  אז  $M_2 \models A$ .

(ב) לכל פסוק  $A$ : אם  $M_2 \models A$  אז  $M_1 \models A$ .

(ג) לכל פסוק  $\exists x \psi$ , כך ש- $\psi$  נוסחה ללא כמתים: אם  $M_2 \models \exists x \psi$  אז  $M_1 \models \exists x \psi$ .

(ד) לכל פסוק אוניברסלי  $A$ : אם  $M_2 \models A$  אז  $M_1 \models A$ .