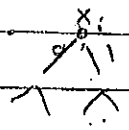
5/12/13

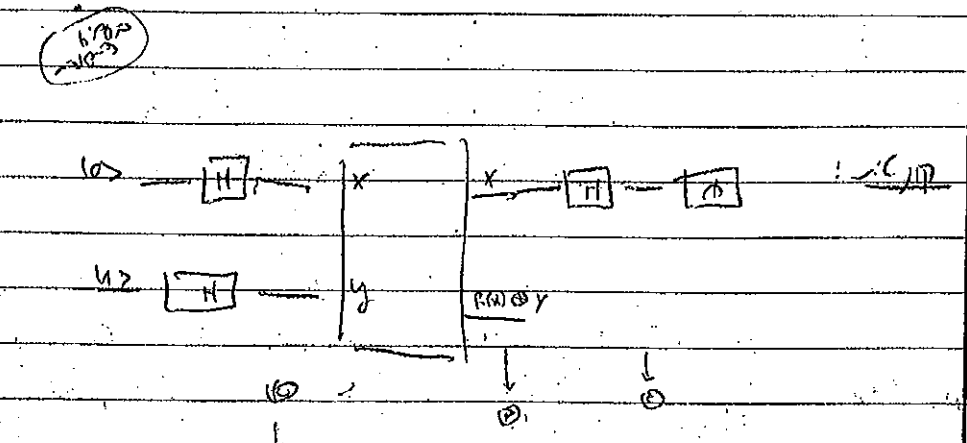
2 אלגוריתם של דויטש

נתון: $f:\{0,1\} \to \{0,1\}$ (או 4 פונקציות אפשריות)

מצא: $f(0) \oplus f(1)$

פתרון: בדומה ל Decision theory של בעיית ה





$$\frac{1}{2}\left[(0+1)\otimes(0-1)\right] = \frac{1}{2}\left[|0\rangle - |0\rangle + |1\rangle - |1\rangle\right]$$

$$\frac{1}{2}\left[0, f(0) + 1, f(1) - 0, f(0) - 1\, f(1)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[|0\rangle \otimes \left(f(0) - \overline{f(0)}\right) + |1\rangle \otimes \left(f(1) - \overline{f(1)}\right)\right]$$

$f(0) \oplus f(1) = 0$, $f(0) = f(1)$ אז

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|0\rangle + |1\rangle\right] \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}\left[f(0) - \overline{f(0)}\right]$$

107

$f(0) \oplus f(1) = 1$, $f(0) \neq f(1)$ אז

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|0\rangle - |1\rangle\right] \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}\left[f(0) - \overline{f(0)}\right]$$

$$f(0) - \overline{f(0)} = -\left[f(1) - \overline{f(1)}\right]$$

111

מודל ה- Black-box אלגוריתם

קלט: גרף $G=(V,E)$ כ- Black-box; מספר צביעות k

פלט: YES אם G ניתן לצביעה ב- k צבעים
NO אחרת

כלומר יש בידינו פונקציה
שמקבלת קודקוד x ומחזירה את הצבעים של שכניו.

הגדרה: $L_{col} = \{\langle G,k\rangle \mid G \text{ ניתן לצביעה ב-} k \text{ צבעים}\}$

מוגדר: f מחשבת את ϕ אם $\phi = \sum_x w_{f(x)}$ [אופטימיזציה: מציאת x שמקסם את ϕ]

נשים לב: מתקיים כי $L_{col} \neq$ YES או NO

כי נניח ש- f פותרת את ה- optimization problem (אחרת אין לנו מה לעשות).

אזי $L_{col} =$ YES או NO בהתאם לכך שהגרף G ניתן לצביעה ב- k צבעים (ראה כמו הפתרון של בעיית העצירה)

מודל ה- black-box מורה לנו שאלגוריתם A עם f

בהינתן קלט $\langle G,k\rangle$ יעשה 2^n קריאות ל- f במקרה הגרוע.

כדי לחסוך בקריאות ל- f נשתמש ב- $\frac{1}{2}2^n$ קריאות ל- f במקרה הגרוע.

⑨ נתאר עץ שלוחות בגובה n שבו בכל צומת פנימי יש $\frac{1}{2}2^n$ עלים [עץ f בגובה n]

[illegible] $\alpha \sum_{x\in P} \left(1|x\rangle + |x\oplus s\rangle \right) \otimes |f(x)\rangle$ [illegible]

כי $f(x)=f(x\oplus s)$, [illegible] x [illegible]

[illegible] $H^{\otimes n}$ [illegible]

$$\sum_{x\in P} \frac{\alpha}{\sqrt{2^n}}\left[\sum_{z\in\{0,1\}^n} (-1)^{x\cdot z}|z\rangle + \sum_{z\in\{0,1\}^n} (-1)^{(x+s)\cdot z}|z\rangle\right]$$

$$\alpha' \sum_{x\in P} \sum_{z\in\{0,1\}^n} \left[(-1)^{x\cdot z} + (-1)^{(x+s)\cdot z}\right]|z\rangle$$

$$\left(1+(-1)^{s\cdot z}\right)(-1)^{x\cdot z}$$

[illegible] $s\cdot z=0$ [illegible] $1+1=2$

$s\cdot z=1$ [illegible] $1-1=0$

לכן $= \alpha'' \sum_{x\in P} \sum_{z\in\{0,1\}^n : z\perp s} |z\rangle$

[illegible] z, [illegible] z [illegible] $z\perp s$.

[illegible] $s=$ [illegible]

$z_1 s_1 + z_2 s_2 + \dots + z_n s_n = 0$ מעל F_2

$\dim(S^\perp)=n-1$

[illegible] $SZ(h(n))$ [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] f [illegible] $x, x\oplus s$

[illegible] $f(x)=f(x')$ $\Leftrightarrow$ $x\oplus x' \in\{0,s\}$

[illegible] $\exists s: f(x)=f(x\oplus s)$